Lösungen zur Klausur Experimentalphysik

WS 2009/2010

Lösungsvorschlag

1. Serie

Aufgabe 1: Die Gesamtlänge s_u der *relativen Überholstrecke* ergibt sich aus den Abständen der Fahrzeuge $s_{Abstand}$ vor und nach dem Überholen und den Längen der Fahrzeuge l_{PKW} und l_{LKW}

$$s_u = l_{PKW} + 2 \cdot s_{Abstand} + l_{LKW} = 180\,\mathrm{m}. \tag{1.1}$$

Diese Strecke muss der PKW im gesamten Überholvorgang mehr fahren als der LKW

$$s_{PKW} = s_{LKW} + s_u \tag{1.2}$$

Der Weg des PKW setzt sich zusammen aus der Beschleunigungsstrecke s_B und der Strecke s_C, die er mit konstanter Geschwindigkeit fährt

$$\begin{aligned} s_{PKW} &= s_B + s_C && (1.3)\\ &= \frac{a}{2}t_B^2 + v_0 t_B + v_1 t_C && (1.4) \end{aligned}$$

mit der Beschleunigungszeit $t_B = 12\,\mathrm{s}$, der Anfangsgeschwindigkeit des PKW $v_0 = 25\,\mathrm{ms}^{-1}$, der Endgeschwindigkeit (konstante Geschwindigkeit nach der Beschleunigung) $v_1 = 35\,\mathrm{ms}^{-1}$ sowie der Zeit t_C, in der der PKW mit konstanter Geschwindigkeit fährt. Die Beschleunigung a des PKW im ersten Teilabschnitt kann aus der Geschwindigkeitsdifferenz und der Beschleunigungszeit berechnet werden, wenn man annimmt, dass es sich um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung handelt (hier war die Aufgabe leider etwas ungenau formuliert)

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_B} && (1.5)\\ &= \frac{5}{6}\,\mathrm{ms}^{-}2 && (1.6) \end{aligned}$$

Der LKW fährt während des gesamten Überholvorgangs der Zeit $t_{ges} = t_b + t_C$ eine Strecke von

$$s_{LKW} = v_0 t_{ges} \tag{1.7}$$

da es sich um eine gleichförmige Bewegung handelt. Die Gesamtzeit ergibt sich dabei aus

$$t_{ges} = t_B + t_C \tag{1.8}$$

$$t_C = t_{ges} - t_B \tag{1.9}$$

Setzt man die Gl. 1.15 und 1.7 in die Gl. 1.2 ein so erhält man unter Berücksichtigung von Gl. 1.9

$$\frac{a}{2}t_B^2 + v_0 t_B + v_1 t_C = v_0(t_B + t_C) + s_u \tag{1.10}$$

Durch Umstellen der Gleichung kann die Zeit t_C berechnet werden

$$t_C = \frac{s_u - \frac{a}{2}t_B^2}{v_1 - v_0} \tag{1.11}$$

Setzt man die gegebenen Größen ein, so erhält man für die Gesamtzeit nach Gl. 1.8 den Wert $t_{ges} = 24\,\mathrm{s}$. Der vom LKW zurückgelegte Weg ergibt sich dann aus Gl. 1.7 mit 600 m.

Alternative Lösung

Man betrachtet den Überholvorgang im bewegten Bezugssystem. Das Koordinatensystem bewegt sich dabei mit der Geschwindigeit $v_0 = 25\,\mathrm{ms}^{-1}$ mit dem LKW mit. Dieser befindet sich damit in Ruhe. Der PKW befindet sich zu Beginn damit ebenfalls in Ruhe und beschleunigt anschließend (gleichmäßig) auf die Geschwindigkeit $v_1 = v_1\prime - v_0 = 10\,\mathrm{ms}^{-1}$ (entspricht der Relativgeschwindigketi zwischen PKW und LKW im festen Bezugssystem). Die Beschleunigung im (mit konstanter Geschwindigkeit) bewegten Bezugssystem ist die gleiche wie im festen

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_B} \tag{1.12}$$

$$= \frac{5}{6}\,\mathrm{ms}^-1 \tag{1.13}$$

Der Weg des PKW lässt sich wieder in zwei Phasen untergliedern, der Beschleunigungsstrecke s_B und der Strecke s_C, die er mit konstanter Geschwindigkeit fährt

$$s_{PKW} = s_B + s_C \tag{1.14}$$

$$= \frac{a}{2}t_B^2 + v_1 t_C \tag{1.15}$$

mit der Beschleunigungszeit $t_B = 12\,\mathrm{s}$ und der Zeit t_C, in der der PKW mit konstanter Geschwindigkeit fährt.

Im bewegten Bezugssystem ist der vom PKW in der gesamten Überholzeit $t_ges = t_B + t_C$ zurückgelegte Weg gleich dem Gesamtabstand s_u vor und nach dem Überholvorgang

$$s_u = l_{PKW} + 2 \cdot s_{Abstand} + l_{LKW} = 180\,\mathrm{m} \tag{1.16}$$

$$s_u = s_{PKW} \tag{1.17}$$

$$\frac{a}{2}t_B^2 + v_1 t_C = l_{PKW} + 2 \cdot s_{Abstand} + l_{LKW} \tag{1.18}$$

$$t_C = \frac{l_{PKW} + 2 \cdot s_{Abstand} + l_{LKW} - \frac{a}{2}t_B^2}{v_1} \tag{1.19}$$

$$= 12\,\mathrm{s} \tag{1.20}$$

Die gesuchten Größen Gesamtzeit und LKW-Fahrstrecke berechnen sich nun analog zur o.g. Lösung.

Aufgabe 2: Für den elastischen Stoß zwischen der kleinen und der großen Kugel gilt der Impulserhaltungssatz

$$mv = mu_1 + Mu_2 \tag{1.21}$$

mit m - Masse der kleinen und M - Masse der großen Kugel, sowie der Geschwindigkeit v der kleinen Kugel vor dem Stoß und u_1 und u_2 die Geschwindigkeiten der kleinen bzw. großen Kugel nach dem Stoß.

Außerdem gilt auch der Energieerhaltungssatz

$$\frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}u_1^2 + \frac{M}{2}u_2^2 \tag{1.22}$$

$$mv^2 = mu_1^2 + Mu_2^2 \tag{1.23}$$

Aus Gl.(1.21) folgt

$$u_1 = v - \frac{M}{m}u_2 \tag{1.24}$$

Einsetzen in Gl.(1.23)

$$mv^2 = m(v - \frac{M}{m}u_2)^2 + Mu_2^2 \tag{1.25}$$

$$mv^2 = m(v^2 - 2\frac{M}{m}u_2 v + (\frac{M}{m})^2 u_2^2) + Mu_2^2 \tag{1.26}$$

$$0 = -2Mu_2 v + \frac{M^2}{m}u_2^2 + Mu_2^2 \tag{1.27}$$

Die triviale Lösung ist $u_2 = 0$. Für $u_2 \neq 0$

$$0 = -2Mv + (\frac{M^2}{m} + M)u_2 \tag{1.28}$$

$$u_2 = \frac{2M}{\frac{M^2}{m} + M}v = \frac{2}{\frac{M}{m} +}v \tag{1.29}$$

$$u_2 = \frac{2m}{M + m}v \tag{1.30}$$

Betrachtet man nun das Pendeln der Kugel als getrennten Vorgang, so ist u_2 die Maximalgeschwindigkeit im tiefsten Punkt der Pendelbewegung. Die große Kugel hat hier also nur kinetische Energie. Im Punkt der maximalen Auslenkung hat sie hingegen nur potenzielle Energie. Nach dem Energieerhaltungssatz gilt für die Pendelbewegung somit (mit g - Fallbeschleunigung und h - gesuchte maximale Höhe)

$$\frac{M}{2}u_2^2 = Mgh \tag{1.31}$$

$$h = \frac{u_2^2}{2g} = (\frac{2m}{M + m}v)^2 \frac{1}{2g} \tag{1.32}$$

$$= 8\,\mathrm{mm} \tag{1.33}$$