

Klausur Analysis 1

1. Für welche reellen Zahlen x ist der Ausdruck

$$\sqrt{|x-2| - x}$$

definiert ?

2. Beweisen Sie induktiv:

$$2^n \geq n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

3. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2} \quad (z \in \mathbb{C}) \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}.$$

Geben Sie eine Teilmenge von \mathbb{C} an, in der die Reihe in a) gleichmäßig konvergiert.

4. Gegeben sei $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x \neq 0, \\ 1 & x = 0. \end{cases}$$

- a) Untersuchen Sie f auf Stetigkeit und gleichmäßige Stetigkeit.
b) Geben Sie die Taylorreihe von f im Entwicklungspunkt Null an.
c) Untersuchen Sie f auf Differenzierbarkeit. Gegenfalls berechne man $f'(x)$.
5. a) Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = x \ln x \quad (x > 0).$$

- b) Begründen Sie, dass sich alle Stammfunktionen von f nur durch eine Konstante unterscheiden.