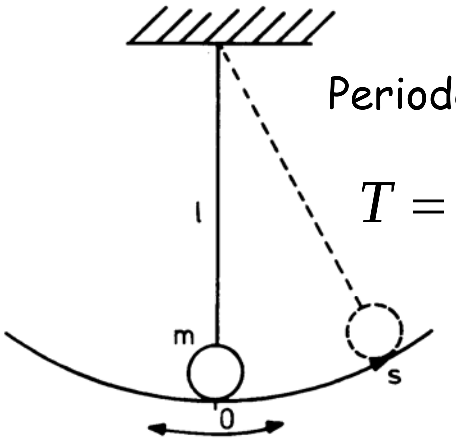
Mechanische Schwingungen und Wellen

- **Schwingungen** sind zeitlich veränderliche, periodische Veränderung einer phys. Größe
- **Wellen** sind zeitlich und **räumlich** veränderliche periodische Veränd. einer phys. Größe
- solche Vorgänge umgeben uns überall: periodische Drehbewegung, Wechselspannung, Radiowellen, Licht, Schallwellen

6. Schwingungen

- **Schwingungen**: physikalischer Zustand wiederholt sich zeitlich periodisch am selben Ort; physikalische Energieformen wandeln sich dabei ineinander um

6.1 Das mathematische Pendel



Periodendauer *T*:

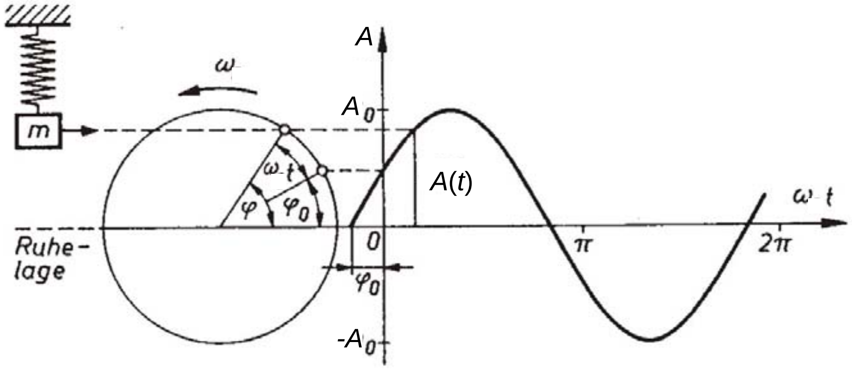
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Fadenpendel (*m*: schwingende Masse, *l*: Fadenlänge, *0*: Ruhelage, *s*: krummlinige Bahnkoordinate).

- Punktmasse an masselosem Faden (auch Fadenpendel)
- ständige Umwandlung von potentieller in kinetische Energie
- **freie Schwingung** durch einmalig kurzzeitig einwirkende Kraft (Impuls auf Massepunkt) mit Eigenfrequenz
- **allgemein für mechanische Schwingungen**: periodische Umwandlung von potentieller in kinetische Energie

Allgemeine Beschreibung von Schwingungen:

- schwingfähiges System ist ein **Resonator**, d.h. nach kurzer äußerer Anregung schwingt das System mit **Eigenfrequenz**
- solche Schwingungen sind **freie Schwingungen**
- gewöhnlich **gedämpfte Schwingungen**, aber wenn Verluste periodisch ausgeglichen werden: **ungedämpfte Schwingungen**
- falls äußere Kraft periodisch einwirkt: **erzwungene Schwingungen**
- **Schwingungsdauer** od. **Periode T** ist Zeitraum zwischen zwei gleichen Schwingungszuständen **Frequenz f**: f = 1/T Einheit: s^{-1} od. Hertz (Hz)



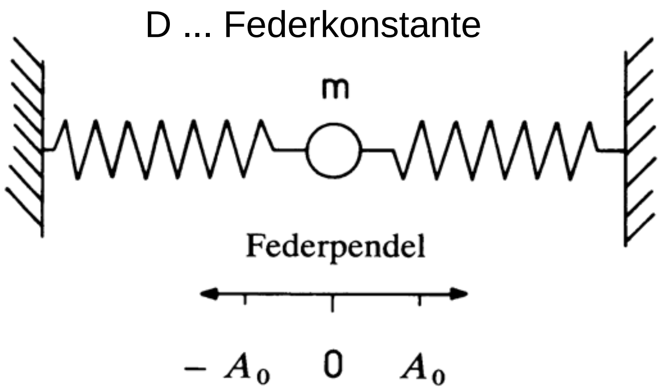
- momentane Auslenkung A ändert sich ständig (**Elongation**); maximale Auslenkung heißt **Amplitude** A_0; ω heißt **Kreisfrequenz**
- Phase(nwinkel) φ charakterisiert Schwingungszustand

$$\boxed{\varphi = \omega t \text{ und } \omega = 2\pi \cdot f}$$

- nach Vielfachen von $\omega t = 2\pi$ wiederholt sich ein Schwingungszustand, zwei solche Zustände heißen „**in Phase**"; bei Phasenunterschied von π „**in Gegenphase**"
- zur mathematischen Beschreibung von Schwingungsvorgängen nutzt man Winkelfunktionen (für harmonische Schwingungen) – **Schwingungsgleichung**:

$$\boxed{A(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)} \quad \text{falls } A_{t=0} = 0, \text{ dann } \varphi_0 = 0$$

6.2 Die ungedämpfte Schwingung



- Beispiel: **ungedämpfte Federschwingung**
- **Energieerhaltungssatz**: Summe von potentieller und kinetischer Energie ist konstant; führt zu Differentialgleichung; Lösung ist Bewegungsgleichung für Bewegung der Masse m
- oder **betrachten Kräftebilanz** des Schwingungsvorganges -> F = ma = -DA ist gleich der rücktreibenden Federkraft:

$$m\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}t^2} + D A = 0$$

Konstante = 0, wenn keine weiteren Kräfte angreifen, denn nach 3. Newtonschem Axiom muss Rückstellkraft immer gleich Federkraft sein

- ist Differentialgleichung; Lösung liefert die **Bewegungsgleichung**
- Trennung der Variablen hier **nicht** möglich, da Elongation A in unterschiedlichen Ableitungsgraden vorkommt
- Lösung mittels **„geratenem"** Lösungsansatz: Lösung habe die Form $A = A_0 \sin(\omega t)$
- wir differenzieren Ansatz zweimal nach der Zeit, um dann A und d^2A/dt^2 in die Kräftebilanzgleichung einzusetzen:

$$A = A_0 \sin(\omega t) \quad \text{und} \quad \frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 A_0 \sin(\omega t)$$

- Einsetzen liefert:

$$0 = m\,\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}t^2} + D A \quad \text{(Kräftebilanz-Gleichung)}$$

$$0 = -m\omega^2 A_0 \sin(\omega t) + D A_0 \sin(\omega t)$$

$$0 = -m\omega^2 + D \qquad \Rightarrow$$

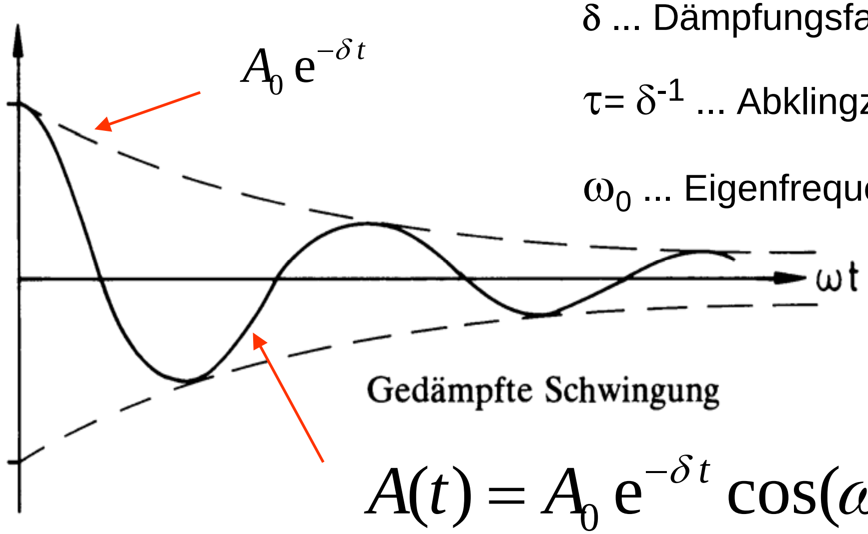
$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad \text{bzw.} \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}}$$

- **Bewegungsgleichung** in allgemeiner Form: $A(t) = A_0 \sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\,t + \varphi_0\right)$
- φ_0 ist dann Null, wenn A(t=0) = 0

6.3 Die gedämpfte Schwingung

- bei Auftreten der Dämpfung zusätzliche Reibungskraft berücksichtigen: $F_R = -r\,\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$
- r ist **Reibungskoeffizient**; **Reibungskraft proportional** der **Geschwindigkeit**
- Kräftebilanz ändert sich: $$m\,\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}t^2} + r\,\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} + D A = 0$$
- geeigneter Lösungsansatz:
(bei geringer Dämpfung) $$A(t) = A_0\, \mathrm{e}^{-\delta t} \sin(\omega t - \varphi_0) \qquad A_0 = const.$$

- Verlauf der Funktion ist eine **gedämpfte Schwingung**, d.h. **Überlagerung** der ungedämpften Schwingung mit **abfallender Exponentialfunktion**



Gedämpfte Schwingung

δ ... Dämpfungsfaktor

τ= δ^{-1} ... Abklingzeit

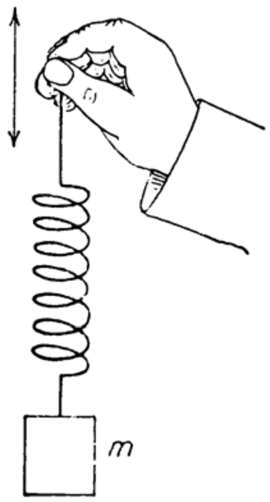
ω_0 ... Eigenfrequenz des ungedämpften Systems

$$A(t) = A_0\, e^{-\delta t} \cos(\omega t) \text{ mit } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

6.4 Die erzwungene Schwingung

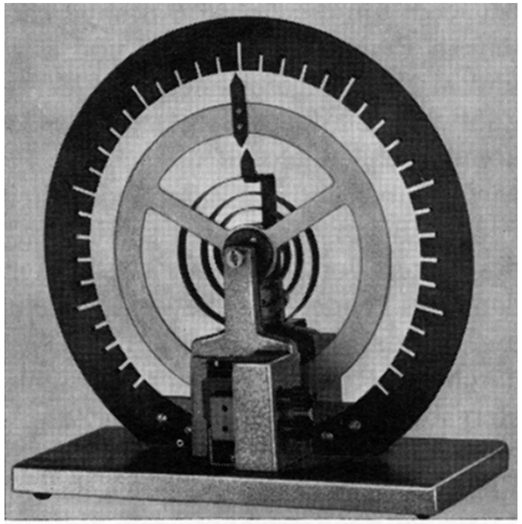
- Wirkt von außen eine periodische Kraft (**Erregerfrequenz** ω) auf ein schwingfähiges System (**Resonator** mit **Eigenfrequnz** ω_0) so schwingt es **ebenfalls mit** ω, nicht ω_0
- Amplitude ist klein für ω>> ω_0 und ω<< ω_0
- Wird maximal bei ω = ω_0 (**Resonanz**)

Versuch M92:
Spiralfeder



Erzeugung erzwungener Schwingungen

- im **Resonanzfall** steigt Amplitude theoretisch unendlich an; praktisch begrenzt durch Dämpfung
- **Resonanzkatastrophe**, d.h. schwingfähiges System wird zerstört, wenn Dämpfung sehr klein
- **Kräftebilanz** jetzt mit zusätzlichem Term - von außen eingeprägte Kraft $F_0\cos(\omega t)$:



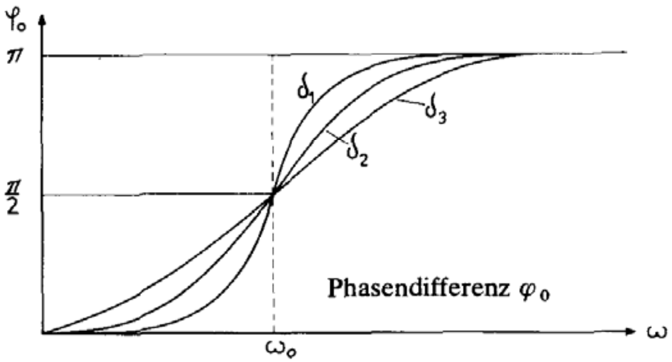
Drehpendel nach R. W. Pohl

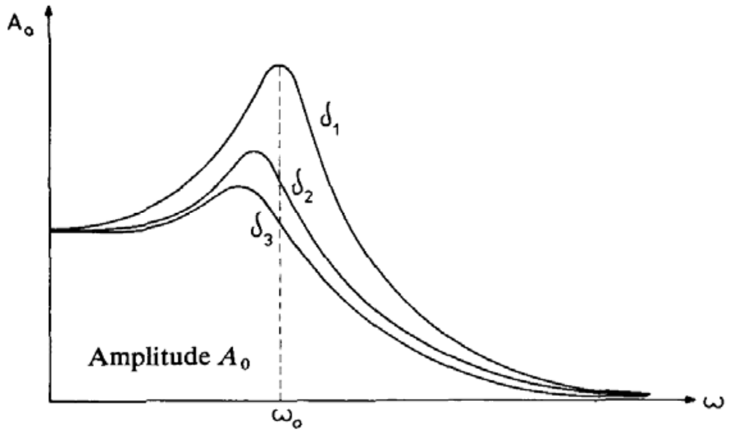
Differentialgl.: $$m\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}t^2}+r\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}+DA=F_0\cos(\omega t)$$

Lösung: $$A(t)=A_0\cos(\omega t-\varphi_0)$$

Versuch M99:
Drehpendel nach Pohl

mit: $$A_0=\frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+4\delta^2\omega^2}},\quad \varphi_0=\varphi_{System}-\varphi_{Erreger}=\arctan\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

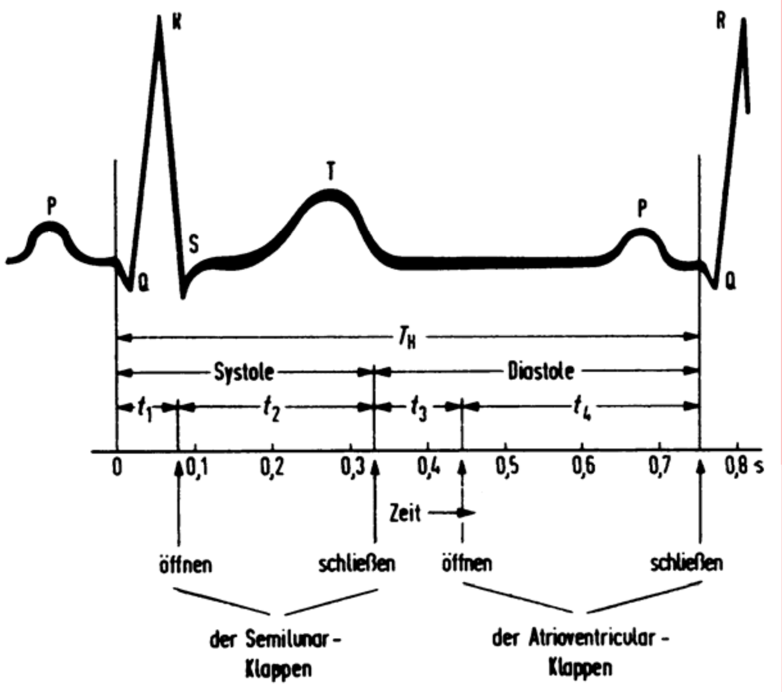




Video
Tacoma Bridge

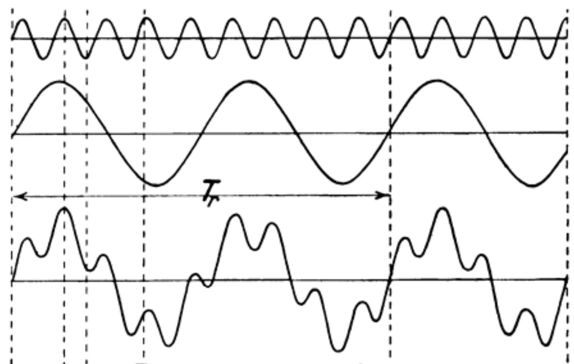
6.5 Anharmonische Schwingungen

- periodische Schwingungen, die sich nicht durch eine Sinusfunktion beschreiben lassen: **anharmonische Schwingungen**
- Bsp.: EKG (elektrisch nachweisbare Aktivität der Herzmuskeln)
- man kann aber alle anharmonischen Schwingungen durch **Überlagerung** von i.A. unendlich **vielen Sinus- bzw. Cosinusfunktionen** beschreiben



Überlagerung von Sinusschwingungen - Die Fourierzerlegung

- Superposition von Sinus- und Cosinusfunktionen mit größer werdenden Frequenzen und kleiner werdenden Vorfaktoren



Zusammensetzung zweier Sinusschwingungen mit dem Frequenzverhältnis 9:2

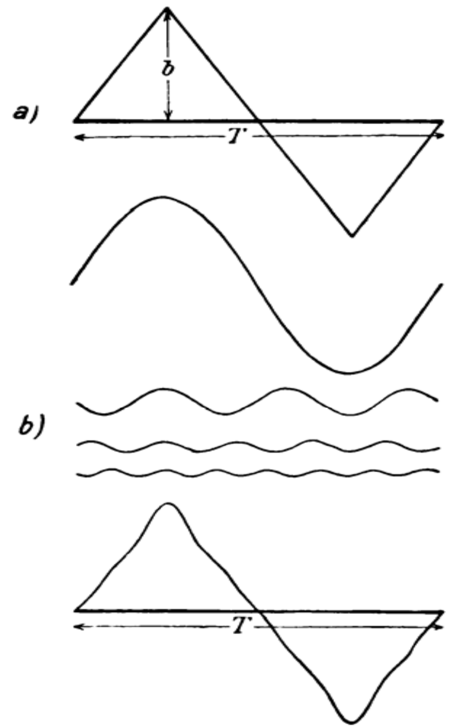
$$A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n \cos(n\,\omega t) + b_n \sin(n\,\omega t) \right]$$

$$A(t) = a_1 \cos \omega t + b_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + \ldots + a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

- Bsp.: Dreiecksschwingung:

$$\begin{cases} f(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \ldots \\ \qquad + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ldots, \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{8b}{\pi^2}\left[\sin \omega t - \frac{1}{3^2}\sin 3\omega t + \frac{1}{5^2}\sin 5\omega t - \frac{1}{7^2}\sin 7\omega t + \ldots\right]$$



Fourier-Zerlegung einer periodischen Dreieckskurve

Schwebung

- **Überlagerung** von **harmonischen Schwingungen** mit nahezu gleicher Frequenz $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$:

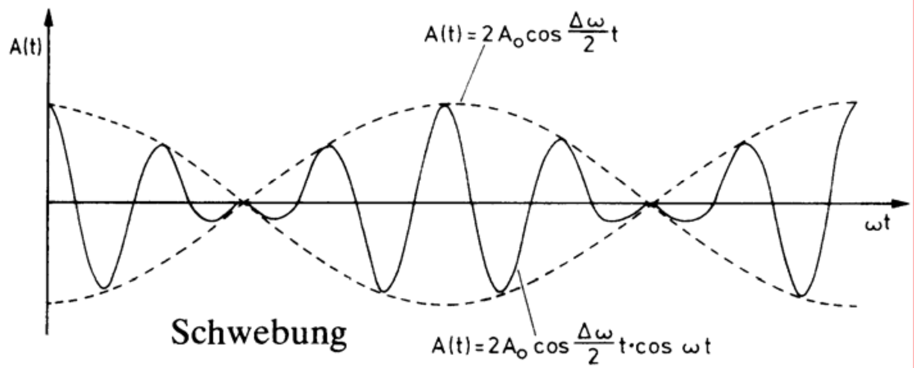
$$A(t) = A_1(t) + A_2(t) = A_0(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t)$$

nach einigen trigonometrischen Umformungen:

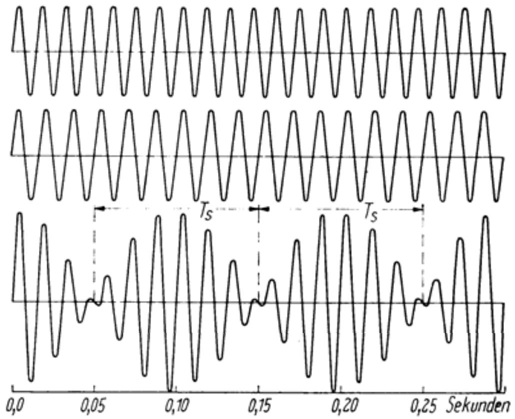
$$\boxed{A(t) = 2A_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)\cdot\cos\omega t}$$

$\omega = 0.5\ (\omega_1+\omega_2)$

$\omega_1 : \omega_2 = 21:18$



Schwebung



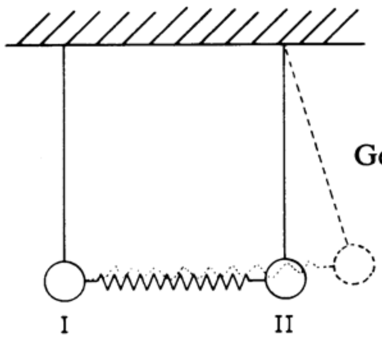
Zusammensetzung zweier Sinusschwingungen mit wenig voneinander verschiedenen Frequenzen: Schwebungen

Versuch M222 Stimmgabeln

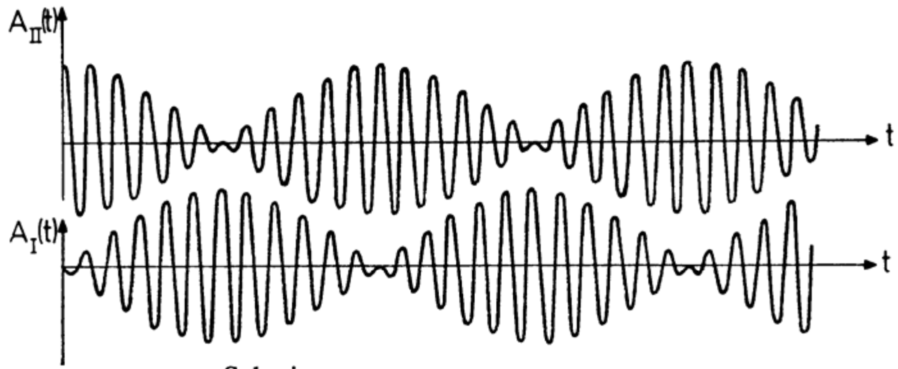
6.6 Gekoppelte Schwingungen

- schwache **Kopplung zweier Pendel** I und II; wird Pendel II angeregt, wird auch das Erste Schwingungen ausführen
- Gesamtenergie konstant
- nach einiger Zeit geht Energie vollständig von II an I über: II in Ruhe
- dann **wiederholt** sich der Vorgang, d.h. Energie geht von I an II über
- Periode der überlagerten Schwingung (**Schwebung**) umso kürzer, je größer die Federkonstante k
- kein Effekt bei gleichphasiger Erregung beider Pendel
- bei gegenphasiger Anregung wird sich Schwingungsfrequenz erhöhen, wegen zusätzlicher rücktreibender Kraft
- in beiden Fällen a und b tritt **keine Schwebung** auf

Versuch M104b gekoppelte Schwingungen

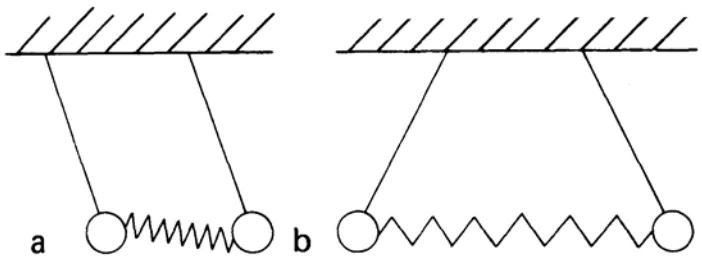


Gekoppelte Pendel



Schwingungen $A_I(t)$ und $A_{II}(t)$ der beiden gekoppelten Pendel I und II.

Gekoppelte Pendel



Die beiden Eigenschwingungen der gekoppelten Pendel, (a) gleichphasig, (b) gegenphasig.

Übungsaufgaben zu Kap. 6

433. Zwei Pendel verschiedener Länge, deren Periodendauern sich wie 19 : 20 verhalten, beginnen ihre Schwingungen gleichzeitig aus der Ruhelage. Nach 15 s hat das erste Pendel 3 Schwingungen mehr ausgeführt als das zweite. Welche Frequenzen und Periodendauern haben die Pendel?

436. Ein harmonisch schwingender Massenpunkt ist 0,2 s nach Passieren der Ruhelage 4,5 cm von dieser entfernt. Wie groß sind Frequenz und Periodendauer, wenn die Amplitude 6 cm beträgt?

458. Eine Uhr geht im Verlauf von 12 Stunden 30 Minuten nach. Wie lang muß das ursprünglich 50 cm lange (mathematisch angenommene) Pendel gemacht werden, damit die Uhr richtig geht?

463. Während das eine von 2 Fadenpendeln 50 Schwingungen ausführt, schwingt das andere 54mal. Verlängert man das zweite um 6 cm, so führt es in der gleichen Zeit ebenfalls 50 Schwingungen aus. Wie lang sind die beiden Pendel?

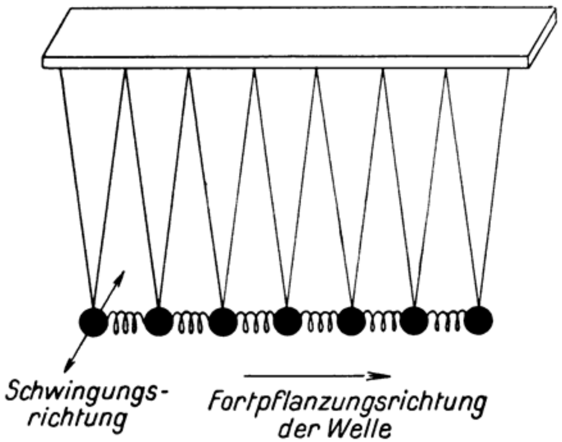
486. Die Amplitude der 50. Schwingung eines Pendels hat die Hälfte des Anfangwertes. Wie groß ist die Amplitude der 10. Schwingung im Vergleich zur ersten?

487. Die Amplituden der 4. bzw. der 5. Schwingung eines Pendels betragen 12 bzw. 11 cm. Wie groß ist die Amplitude der 1. Schwingung?

7. Wellen
7.1 Ausbreitung von Schwingungen

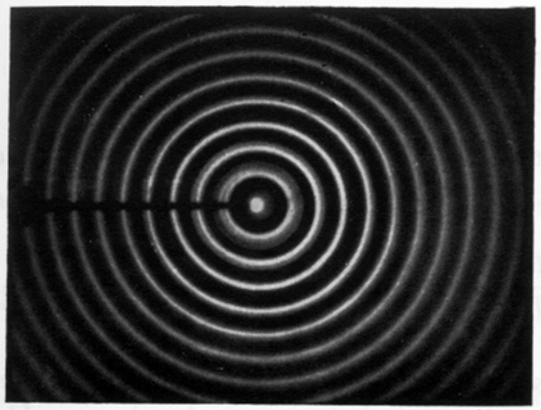
Versuch M216
Wellenmaschine

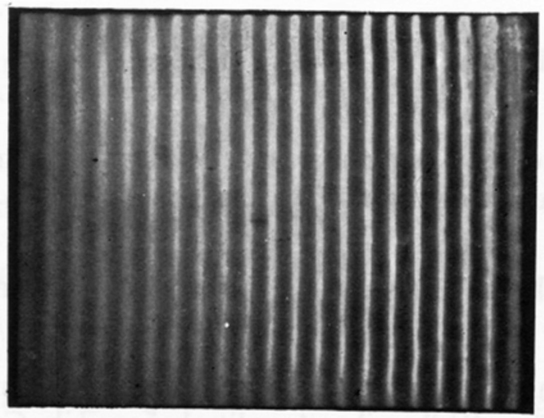
- System aus **vielen** schwingfähigen Teilchen: bei Anregung einer Schwingung erfolgt **räumliche** Ausbreitung
- Ausbreitung ein- bis dreidimensional
- sich räumlich ausbreitender Schwingungszustand heißt **Welle** und Gesamtheit aller Wellen in einem Raumgebiet **Wellenfeld**
- Nur Schwingungszustand breitet sich aus, nicht Teilchen selbst!
- es wird aber Energie transportiert
- Teilchen vollführen Schwingungen um ihre Ruhelage, Bindungskräfte führen zur Wellenausbreitung



Gekoppelte Pendel zur Erzeugung einer transversalen Welle

- neben Elongation, Amplitude, Frequenz, Schwingungsdauer und Phase bei Wellen neu: **Polarisation**, **Wellenlänge** und **Ausbreitungsgeschwindigkeit**


Kreiswellen bei punktförmiger Erregung


ebene Wellen bei linearer Erregung

- betrachten Ausbreitung einer Welle in eine Richtung, die überall eine harmonische Schwingung $A(t) = A_0 \sin(\omega t - \varphi_0)$ ausführt. Dabei ist die Phasenkonstante eine Funktion des Ortes, d.h. φ_0 **wird durch** $kx + \varphi_0$ **ersetzt**

- k ist **Wellenzahl**, λ ist **Wellenlänge** (Abstand zweier Teilchen mit gleichem Schwingungszustand)

Wellengleichung: $\boxed{A(t,x) = A_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_0)}$ mit $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ und $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$

(k ist der Betrag des Wellenvektors, der die Ausbreitungsrichtung der Welle angibt; in der Spektroskopie üblich: Wellenzahl $k = 1/\lambda$)

- **Ausbreitungsgeschwindigkeit** c ist die Geschwindigkeit, mit der sich der Schwingungszustand ausbreitet; in der Schwingungsperiode T wird gerade die Wellenlänge durchlaufen, also: $\boxed{c = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f}$ wegen $f = \dfrac{1}{T}$ f ... Frequenz

- **Ausbreitungsgeschwindigkeit** ist abhängig vom **Medium**; beim Übergang in anderes Medium: abrupte Änderung von c $\Rightarrow$ führt zur **Brechung** (Kap. 18.4)

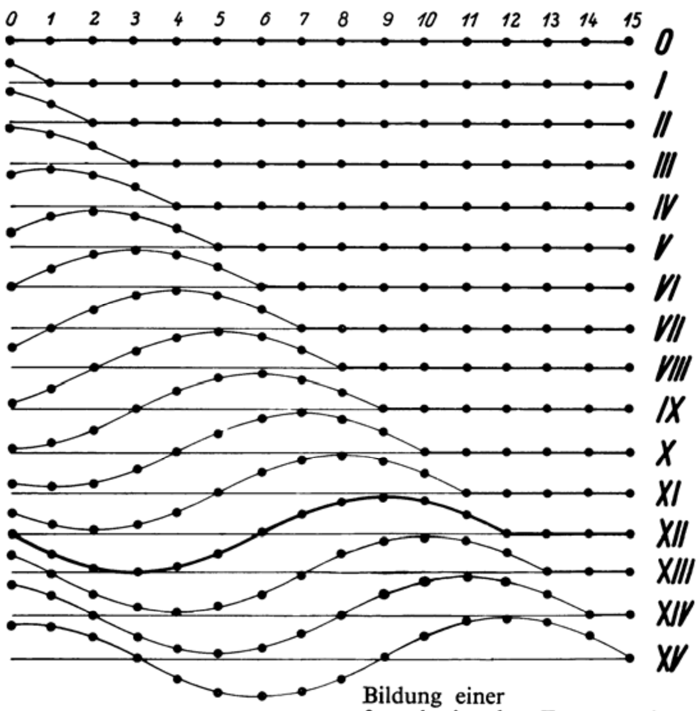
- Beispiel für Beobachtung der Ausbreitungsgeschwindigkeit: Gewitter; Donner trifft später ein; Entfernung zur Einschlagstelle:

$$x = c\,t \cong 300 \frac{m}{s} \cdot t$$

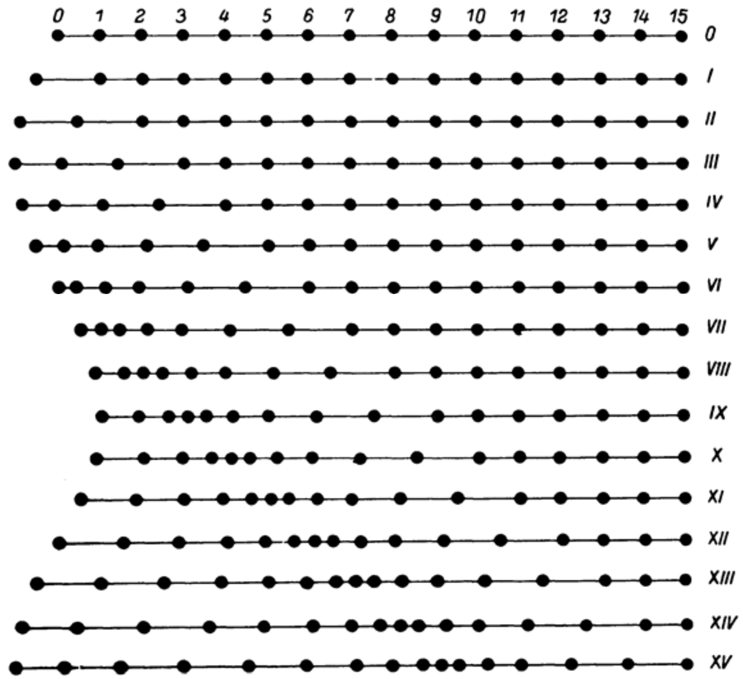
- Beispiel: Zeit zwischen Blitz und Donner ca. 6 s $\Rightarrow$ Einschlagstelle 1,8 km entfernt

Polarisation von Wellen

- **transversale** Wellen und **longitudinale** Wellen



Bildung einer fortschreitenden Transversal-welle



Bildung einer fort-schreitenden Longitudinalwelle

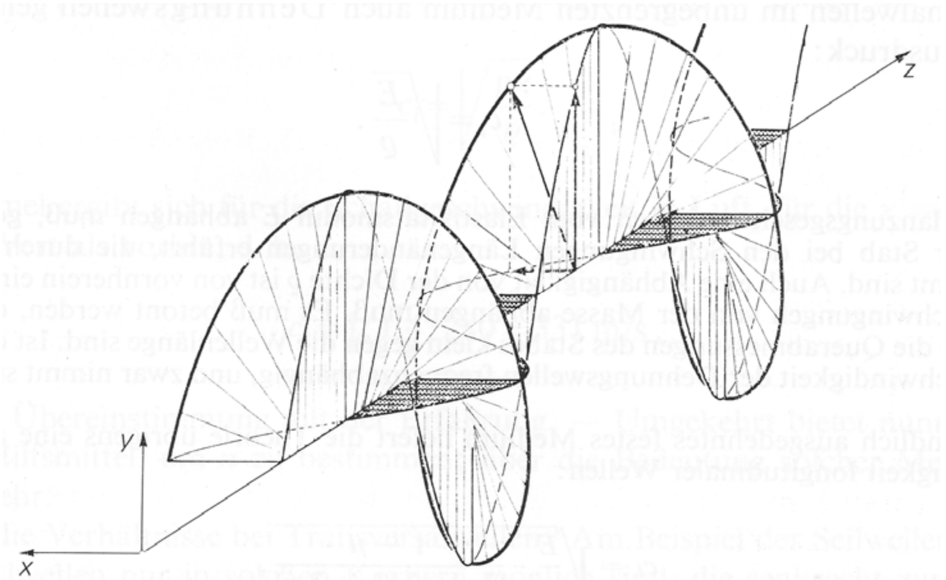
- bei Transversalwellen schwingen die einzelnen Teilchen **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung der Welle
- Beispiele: Wasserwellen, Licht

- bei Longitudinalwellen schwingen die einzelnen Teilchen **parallel** zur Ausbreitungsrichtung der Welle
- Beispiel: Schallwellen

Versuch M117 Wellenausbreitung

- im Festkörper schwingen Atome um ihre Ruhelage: **Phononen**
- es gibt im Festkörper gleichzeitig Transversal- und Longitudinalwellen, die sich nicht beeinflussen
- beiden Wellentypen können mit der Wellengleichung beschrieben werden

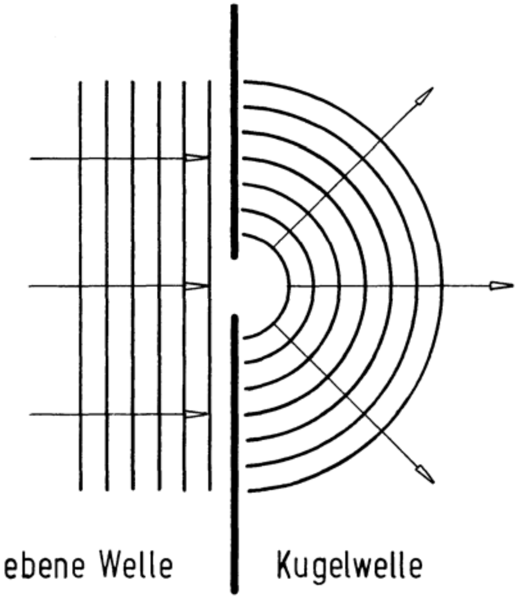
- **Polarisation**: beschreibt Richtung der räumlichen Auslenkung in der Welle
- bei transversalen Wellen (Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) gibt es unendlich viele **Polarisationsebenen** (bei Longitudinalwellen nicht)
- **linear polarisiert**: Transversalwelle, bei der Schwingungsrichtung stets in **einer** Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht
- **elliptisch** oder **zirkular polarisiert**: Polarisationsebene läuft um

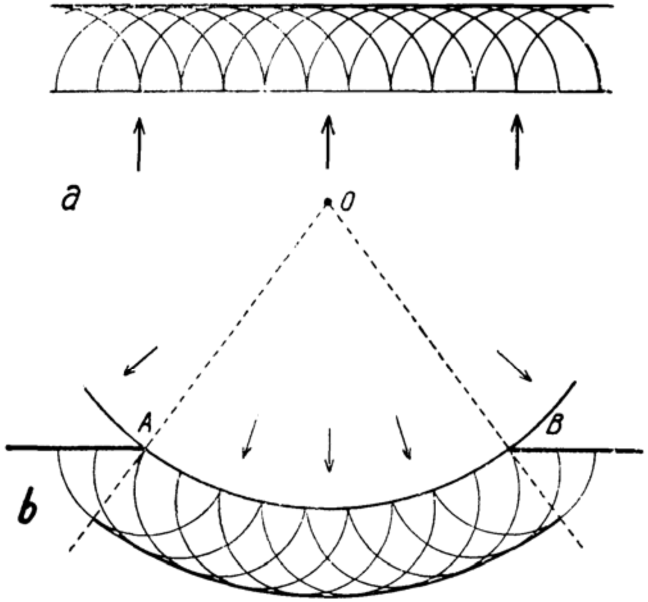


- entsteht durch Überlagerung **zweier** senkrecht aufeinander stehenden **linear polarisierter** Wellen mit Phasenverschiebung ($\lambda/4$ für zirkulare Polarisation)

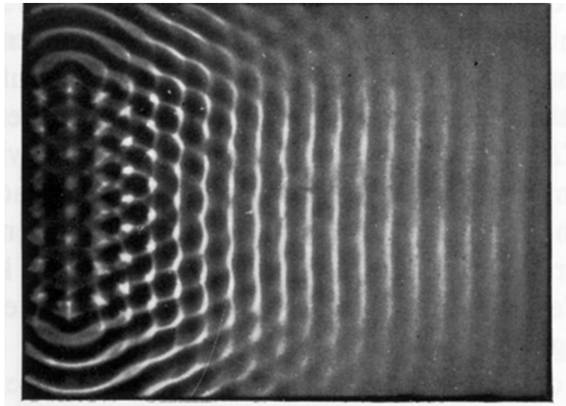
Huygenssches Prinzip

- Huygens, Christiaan, niederländischer Physiker, Mathematiker, Astronom, *14.4.1629, †8.7.1695
- jeder Punkt einer Wellenfläche sendet zur gleichen Zeit Wellen (sogenannte **Elementarwellen**) in den Raum. Die äußere **Einhüllende** dieser Elementarwellen bildet dann die tatsächlich **beobachtete Welle**.





Huyghenssches Prinzip,
a) für eine ebene und b) für eine kreisförmige Wellenfront



Interferenz von acht kreisförmigen Wasserwellen, deren Erregungszentren auf einer Geraden liegen

7.2 Doppler-Effekt

- Gleichungen in Kap. 7 bisher als Voraussetzung: Beobachter befindet sich in Ruhe
- **bewegt** sich aber **Beobachter mit Welle**, wird Periode größer, Frequenz kleiner

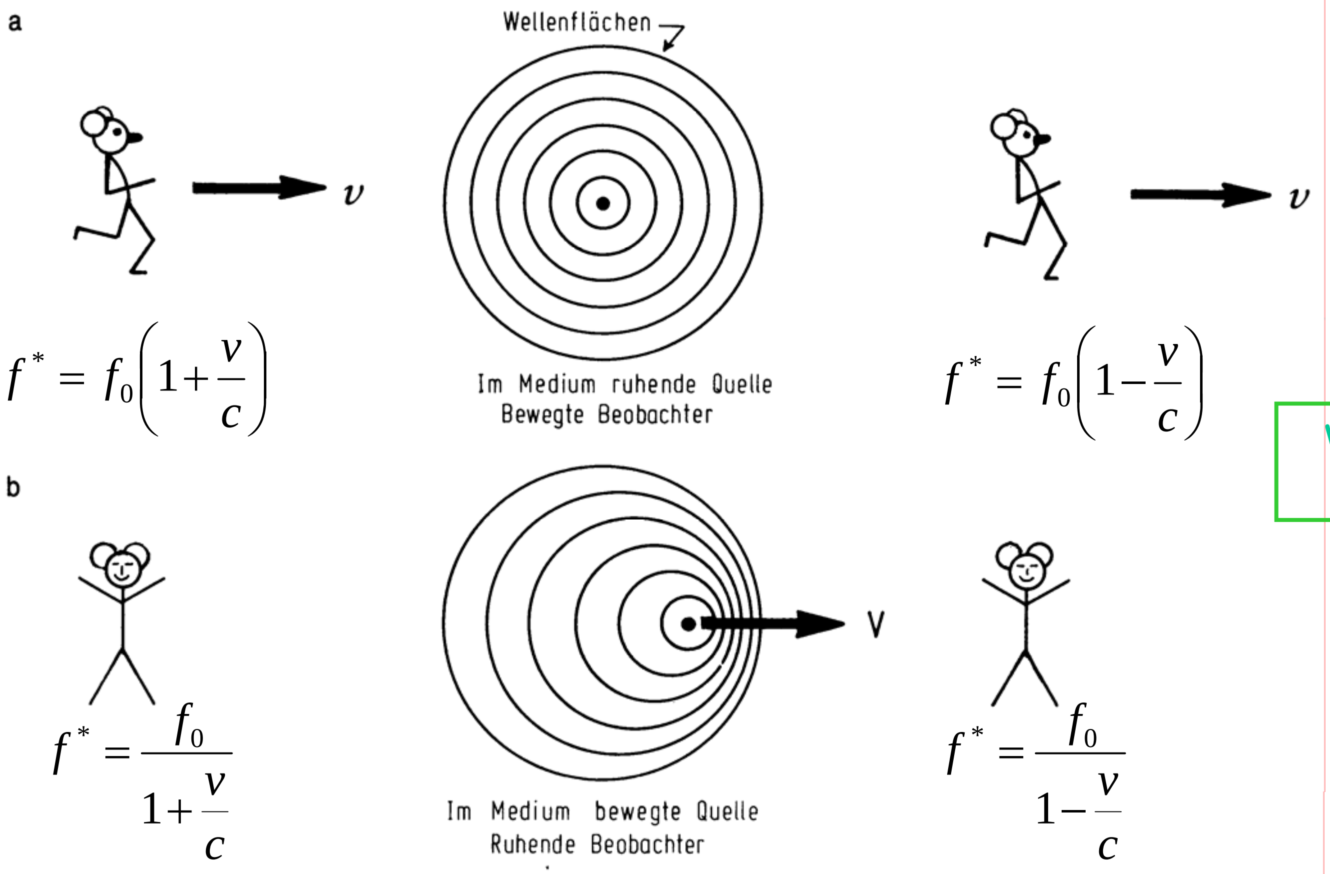
$$\boxed{f^* = \frac{n}{t} = \frac{c-v}{\lambda} = f_0\left(1-\frac{v}{c}\right)}$$

f^* ... scheinbare Frequenz

f_0 ... Ruhe-Frequenz

v ... Geschw. d. Beobachters

n ... Zahl der Wellen



a:

$$f^* = f_0\left(1+\frac{v}{c}\right) \qquad f^* = f_0\left(1-\frac{v}{c}\right)$$

b:

$$f^* = \frac{f_0}{1+\frac{v}{c}} \qquad f^* = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$$

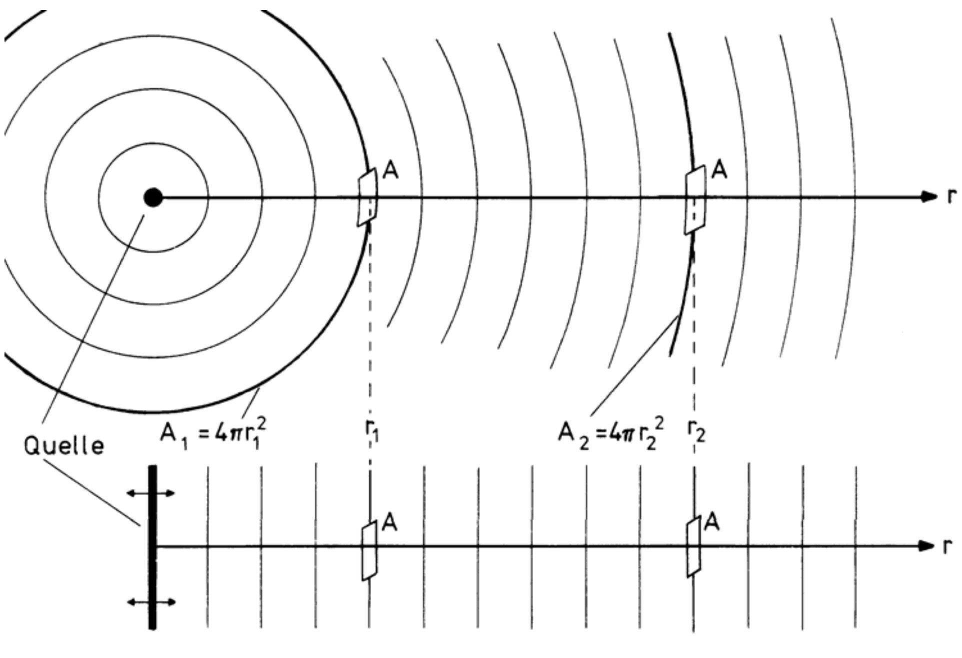
Die vier verschiedenen Fälle des Doppler-Effektes bei Schallwellen.

Versuch A 3
Dopplereffekt

- Messung von Wellenlängen bestimmter Spektrallinien von entfernten Galaxien sind zu höheren Werten verschoben ⇒ ist sogenannte **Rotverschiebung**, d.h. Galaxien bewegen sich voneinander fort, Weltall dehnt sich aus

7.3 Gedämpfte Wellen

- Energie einer Welle nimmt mit zurückgelegter Entfernung ab durch **Absorption**



- Beispiele: Licht im Wasser; Röntgenstrahlen im biologischem Gewebe
- bei **ebener Welle** bleibt ohne Absorption übertragene Leistung **konstant** (z.B. Laserstrahl)
- bei **Kugelwelle** nimmt Leistung proportional **zum Quadrat des Abstandes** ab (Oberfläche der Ausbreitungskugel wird entsprechend größer)
- **Dämpfung:** Ergebnis von Absorption und geometrischer Abschwächung

Das Pegelmaß

CD-PLAYER CD-420 | Verwandte Produkte | Höherwertige Produkte

1 2 3 4 5 6

Weitere Informationen

CD-PLAYER CD-420
Artikel-Nr.: 317950 - WD

Preis 79,95 EUR

1 Stück in den Warenkorb legen

Der günstige CD-Player mit der überragenden Ausstattung. Das Multifunktionsdisplay zeigt Ihnen auf Anhieb die eingestellten Funktionen und die Fernbedienung ist mit außergewöhnlich vielen Funktionen ausgestattet. 21 Titel progammierbar · Shuffle, Repeat Funktion · Musikkalender. Technische Daten: 3-Strahl Laser · Frequenzgang 20 - 20 000 Hz · Signal-/Rauschabstand 90 dB · Abm. (B x H x T) 420 x 80 x 280 mm.

Quelle: Conrad Katalog

- Was bedeutet „90 dB Signal/Rauschabstand“?

- Dämpfung/Verstärkung wird als **Logarithmus der Amplitudenverhältnisse** angegeben
- ist sinnvoll, da Amplitude oft über viele Größenordnungen variiert

$$A(x) = A_0\, e^{-\delta\, x}$$ δ ... Dämpfungs- oder Extinktionskonstante

- vergleicht man zwei Wellen bzgl. ihrer Amplituden A_1 und A_2 miteinander, verwendet man sogenanntes **Pegelmaß**:

$$\boxed{z = 20 \cdot \lg \frac{A_1}{A_2} \qquad \text{Einheit: Dezibel (dB)}}$$

- Beispiel: CD-Player hat Signal-Rausch-Abstand von -90 dB; d.h. das Verhältnis von Störsignal zu Nutzsignal von

$$-90 = 20 \cdot \lg \frac{A_{\text{Stör}}}{A_{\text{Nutz}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = 10^{-90/20} = 1/31623$$

Dezibel	20	40	60
A/A_0	10	100	1000

- Dämpfungen müssen multiplikativ verknüpft werden, dB-Werte aber additiv:

Bsp.: Wand hat Dämpfung von 100 und zusätzlich aufgestellte Wand von 10
Gesamtdämpfung ist 10×100 = 1000, bzw. 40dB + 20 dB = 60 dB

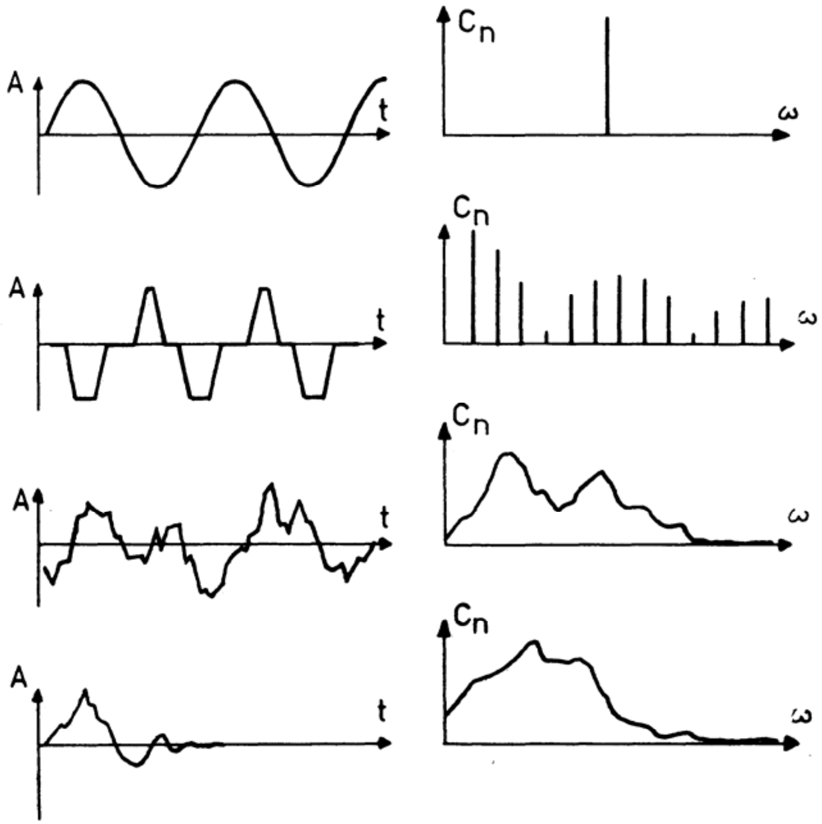
- Pegelmaß wird für Vergleich von Leistungen anders berechnet: $z = 10 \cdot \lg \frac{P_1}{P_2}$

wegen Leistung $\propto$ Amplitude^2

7.4 Anharmonische Wellen

- wie bei Schwingungen kann man auch bei Wellen harmonische und **anharmonische Wellen** unterscheiden: Schwingungen der Einzelteilchen lassen sich nicht mit einer Winkelfunktion (Sinus- oder Cosinusfunktion) beschreiben.
- Schallwellen i.A. anharmonisch (außer reiner Sinuston; der enthält aber keine Information)

Versuch A6
Fourierzerlegung Ton und Klang



Amplitudenfunktion und Spektrum eines Tones.

Ton: reine Sinuswelle

Amplitudenfunktion und Spektrum eines Klanges.

Klang: periodische nichtharmonische Welle

Amplitudenfunktion und Spektrum eines Geräuschs.

Geräusch: andauernde Welle mit ungleichmäßiger Frequenz und Amplitude

Amplitudenfunktion und Spektrum eines Knalls.

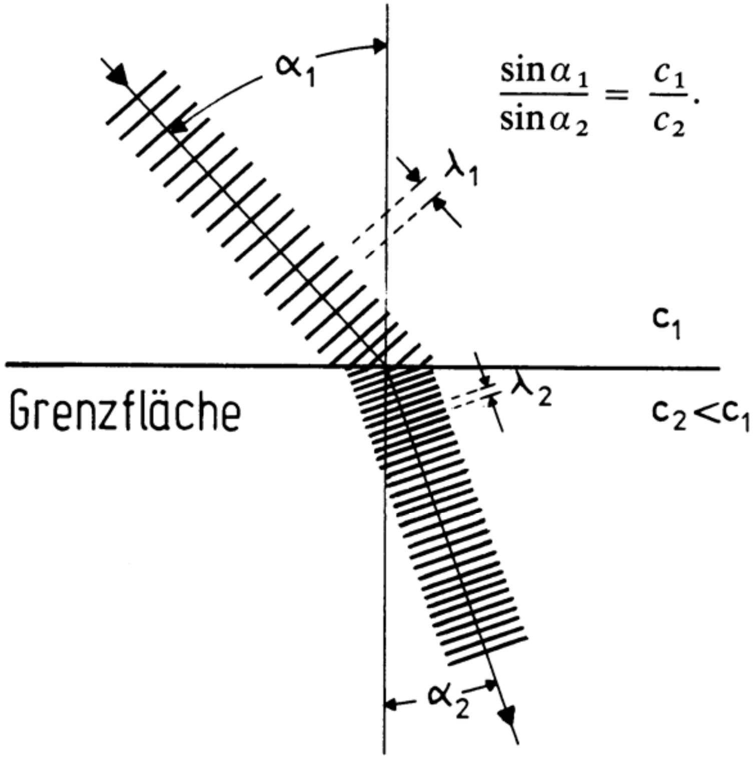
Knall: einmalige kurze Schallerregung

- wie bei Schwingungen: Zusammensetzung von anharmonischen Wellen durch Überlagerung von Sinuswellen (vgl. Kap. 6.5)

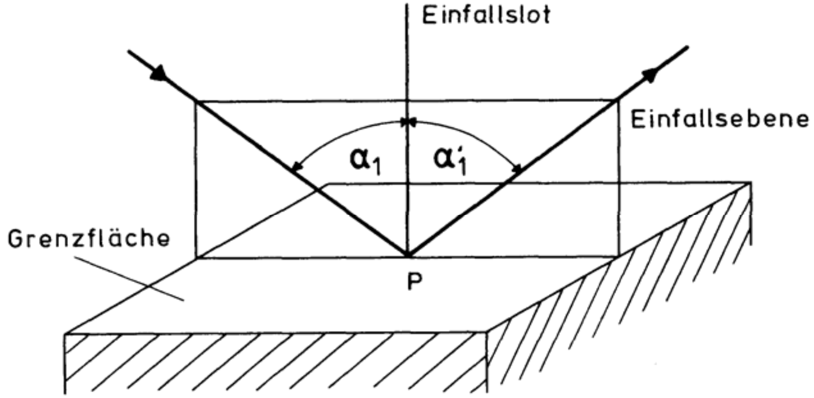
7.5 Verhalten von Wellen an Grenzflächen

- in **homogenem Material** ist Ausbreitungsgeschwindigkeit **c** einer Welle **konstant**
- an **Grenzfläche**: **c ändert sich** ⇒ breitet sich Welle durch Grenzfläche in anderes Material aus, ändert sich die Ausbreitungsrichtung entsprechend **Brechungsgesetz** (Ausnahme lotrechter Einfall der Welle)

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}$$ n ... **Brechzahl**



- Teil der Welle wird an Grenzfläche reflektiert
- evtl. auch vollständige Reflexion (**Totalreflexion**)
- **Reflexionsgesetz**: Einfalls- gleich Ausfallswinkel



Reflexionsgesetz

- **diffuse oder Streureflexion**: reflektierende Wand ist rau (Aufrauung in Größenordnung der Wellenlänge oder größer)
- für Schallwellen in Luft z.B.: $\lambda = c/f = 300\ ms^{-1}/1000\ s^{-1} = 0{,}3\ m$ (bspw. Felswand)
- Problem: Schallausbreitung im Konzertsaal ⇒ reflektierter Anteil wird verzögert, z.B. Zusatzweg von 50 m entspricht Nachhall nach 160 ms; aber auch Mehrfach-reflexionen
- weitere Begriffe: **Reflexionskoeffizient** r ist reflektierter Anteil der Welle

$$r = \frac{A_r}{A_0}$$

- **Reflexionsvermögen** R (oder **Reflexionsgrad**) ist Anteil der reflektierten Intensität (entspricht Leistung); Intensität ist proportional zum Quadrat der Amplitude, daher gilt

$$R = \frac{I_r}{I_0} = r^2$$

- entsprechend **Transmissionskoeffizient** t und **Transmissionsvermögen** T (oder **-grad**) und
- **Absorptionskoeffizient** und **Absorptionsvermögen** (oder **–grad**)

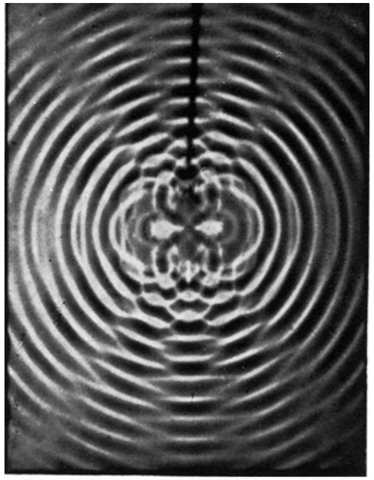
7.6 Überlagerung von Wellen - Interferenz

- Wellen können sich **überlagern**, dabei können sie sich kurzzeitig oder dauernd an bestimmten Orten auslöschen oder verstärken: **Interferenz**
- i.A. **beeinflussen** sich die überlagernden Wellen **nicht**, d.h. ungestörte Addition der Amplituden, heißt auch lineare **Superposition**

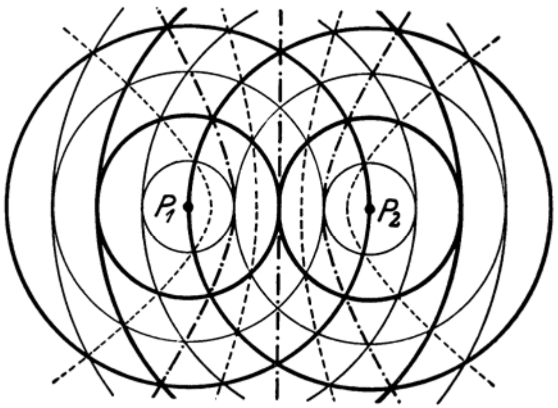
$$A_{res} = A_1(t,x) + A_2(t,x) + \ldots$$

Versuch M 216 Wellenmaschine

- anders formuliert: Wellen breiten sich so aus, als wären die anderen nicht vorhanden
- **Polarisation** muss beachtet werden: senkrecht zueinander polarisierte Wellen können sich nicht auslöschen; bei **gleicher Polarisation**: nur **Beträge** der Amplituden **addieren**



Interferenz zweier kreisförmiger Wasserwellensysteme



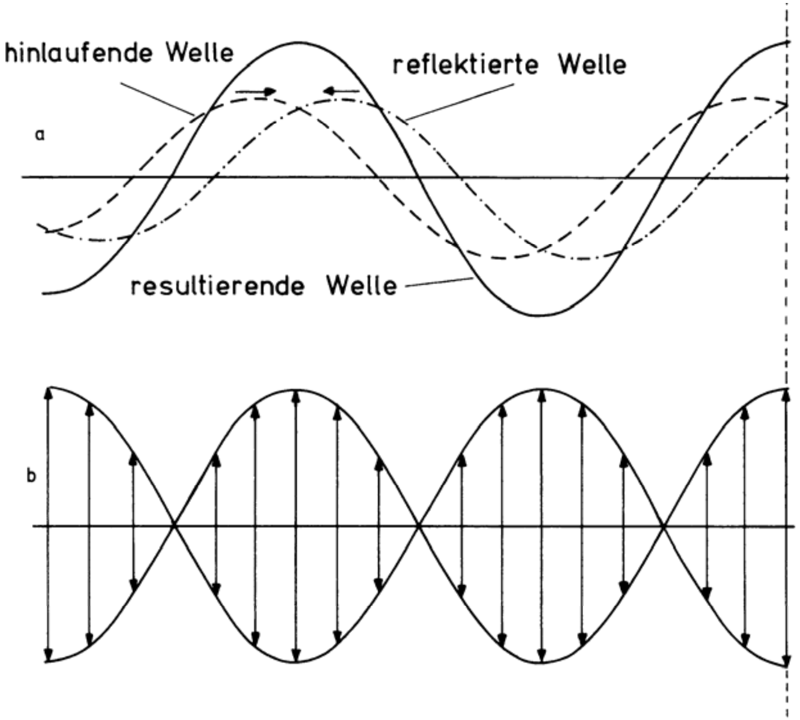
Zur Entstehung der Interferenzerscheinung

- **dauernde Auslöschung** an bestimmten Orten nur, wenn Wellenlänge und Amplitude gleich sind und bestimmte Phasenbeziehungen gelten
- maximale Verstärkung bei 0, 2π, 4π, $2n\pi$ n = 0, 1, 2, 3 ... (in Phase)
- Auslöschung bei π, 3π, 5π, $(2n+1)\pi$ (in Gegenphase)

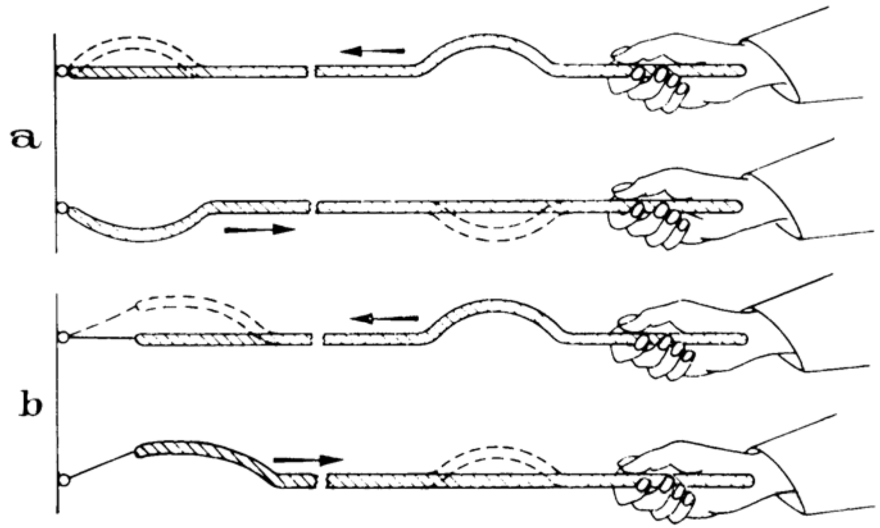
7.7 Stehende Wellen

- eindimensionale Wellen einer Frequenz überlagern sich evtl. zu **stehenden Wellen**
- z.B. Seil wird an einem Ende periodisch bewegt und am anderen Ende fest eingespannt
- am festen Ende erfolgt **Phasensprung um** π (resultierende Welle muss dort immer Null sein, da fest eingespannt); am offenem Ende erfolgt kein Phasensprung
- allgemein: Phasensprung bei Reflexion am dichteren Medium, am dünneren Medium nicht

Versuch M 224
stehende Wellen



(a) Hinlaufende und am freien Ende reflektierte Seilwelle und Superposition der beiden (Momentanbild); (b) stehende Welle (Verlauf der resultierenden (Amplitude).



Reflexion einer Transversalwelle; a) an einer festen Wand, b) an einem freien Ende

- **Amplitude** der resultierenden Welle in **Abstand x** von festem Ende:

$$A(t,x) = A_0 \sin(\omega t - k\,x) + A_0 \sin((\omega t + k\,x) + \pi) \quad \text{mit} \quad \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \quad \text{folgt:}$$

$$A(t,x) = 2A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(-k\,x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \boxed{A(t,x) = 2A_0 \cos(\omega t)\sin(k\,x)}$$

- Orte x_0 an denen Amplitude permanent Null ist, sind **Schwingungsknoten**:

$\sin(k\,x)$ dann Null, wenn $k\,x = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ \dots$

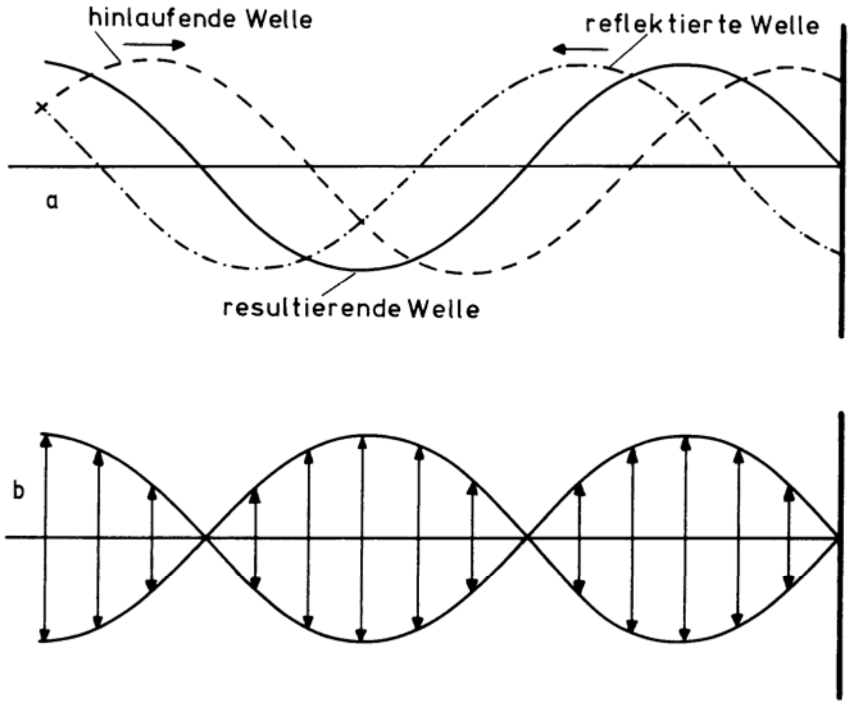
wegen $k = 2\pi/\lambda$ gilt:

$$x_0 = 0,\ \lambda/2,\ \lambda,\ 3\lambda/2,\ \dots = \frac{n}{2}\lambda \text{ mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Orte mit maximaler Amplitude heißen **Schwingungsbäuche**

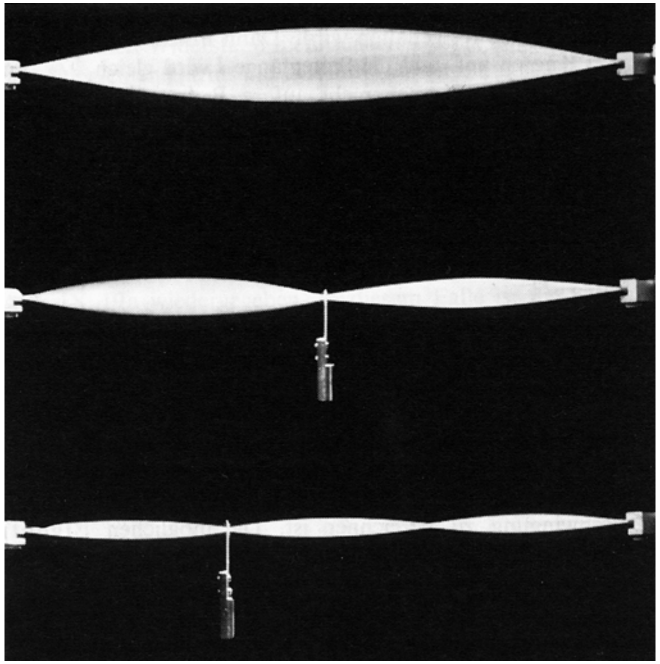
$$kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_{max} = \frac{2n+1}{4}\lambda = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \quad \dots$$



(a) Hinlaufende und am festgebundenen Ende reflektierte Seilwelle und Superposition der beiden (Momentanbild); (b) stehende Welle (Verlauf der resultierenden Amplitude).

- Bsp. für Anregung von stehenden Wellen: ***Saite einer Geige*** schwingt mit $L = \lambda / 2$
- wenn bestimmte Punkte der schwingenden Saite festgehalten werden: Anregung von **Oberwellen**, **Oberschwingungen** bzw. **Obertönen**

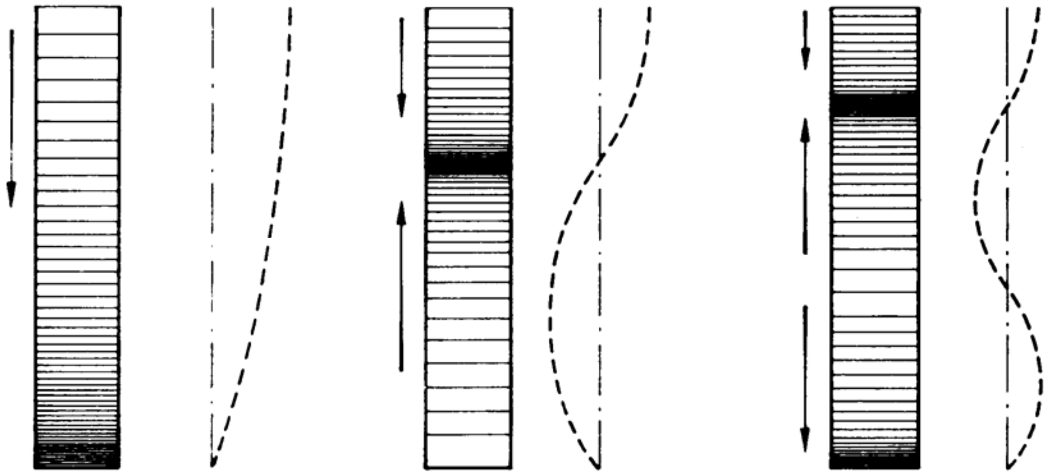


- ***einseitig offene Luftsäule*** (Flöte) zeigt stehende Longitudinalwellen
- Anregung erzeugt **Grundschwingung** mit $L = \lambda / 4$
- Schwingungen und Oberschwingungen immer so, dass **Knoten** am ***geschlossenen*** Ende und **Schwingungsbauch** am ***offenen*** Ende

$$l = \frac{\lambda_0}{4} \qquad l = \frac{3}{4}\lambda_1 \qquad l = \frac{5}{4}\lambda_2$$

$$\lambda_0 = 4l \qquad \lambda_1 = \frac{4}{3}l \qquad \lambda_2 = \frac{4}{5}l$$

$$\nu_0 = \nu_0 \qquad \nu_1 = 3\nu_0 \qquad \nu_2 = 5\nu_0$$



- **allgemein** für einseitig geschlossene Luftsäule:

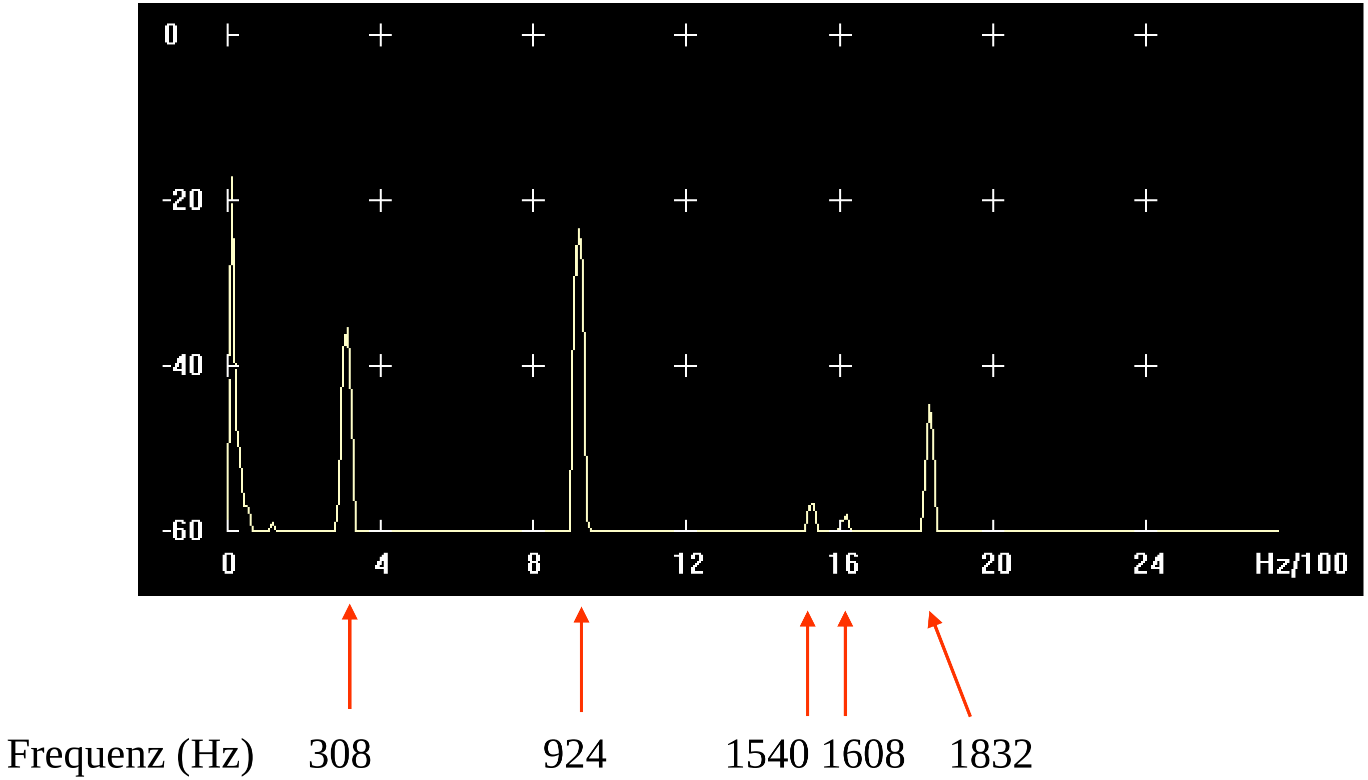
$$f_k = c\,\frac{2k+1}{4L} \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

f ... Frequenz

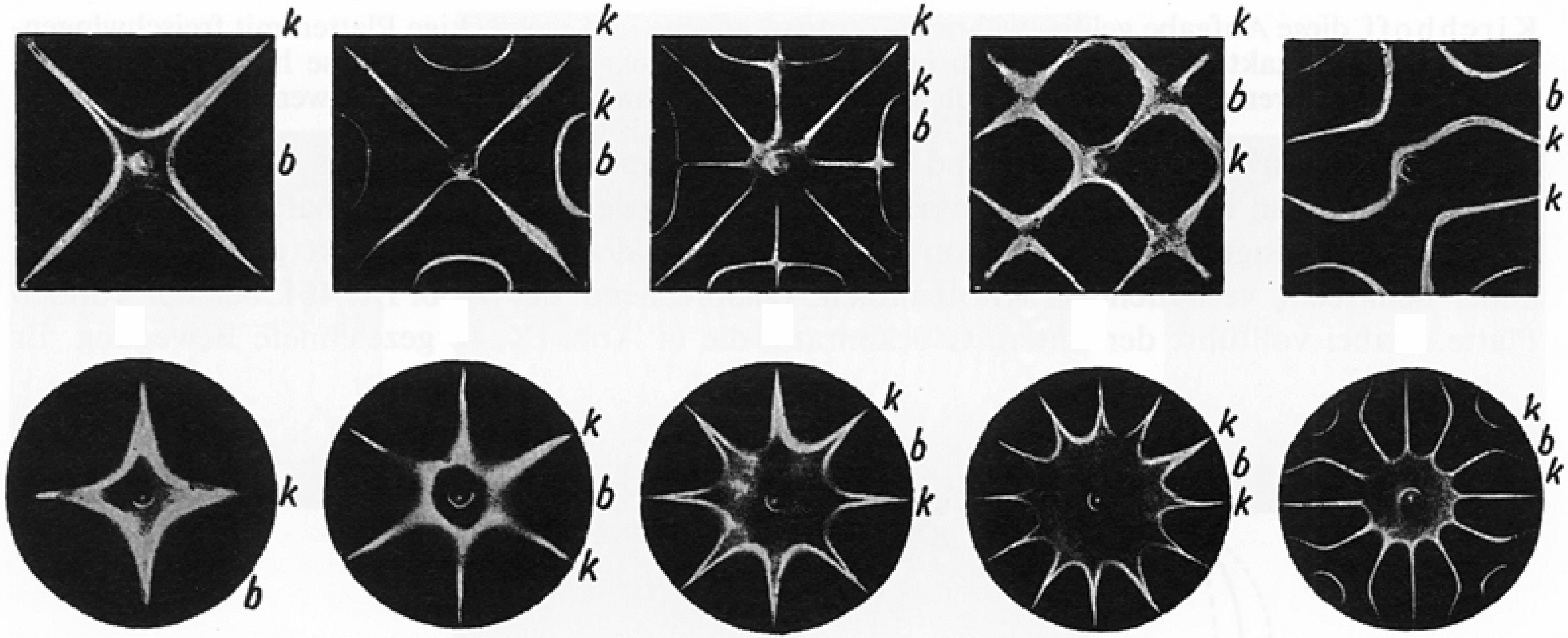
c ... Schallgeschwindigkeit in Luft

L ... Länge der Luftsäule

- Fourieranalyse einer **Orgelpfeife** (einseitig geschlossene Luftsäule) -> Versuch A6
- f_0=308, $3xf_0$=924 und $5xf_0$=1540 Hz werden beobachtet. Der **direkte Oberton** von 616 Hz ist im Spektrum **nicht vorhanden**. Dieser würde an beiden Seiten der Luftsäule einen Schwingungsknoten erfordern.
- Der **Klang der Pfeife** wird durch die **Intensitätsverteilung der Obertöne** und durch das Auftreten von **Nebenfrequenzen** bestimmt (im Bild 1608 und 1832 Hz)



- **stehende Wellen auch auf Flächen**: Metallscheibe (im Mittelpunkt gelagert und mit feinen Sand bestreut) wird mit Geigenbogen zu Schwingungen an Stelle b angeregt und an Stelle(n) k festgehalten
- es entstehen die **Chladnischen Klangfiguren** (Chladni, 1787)

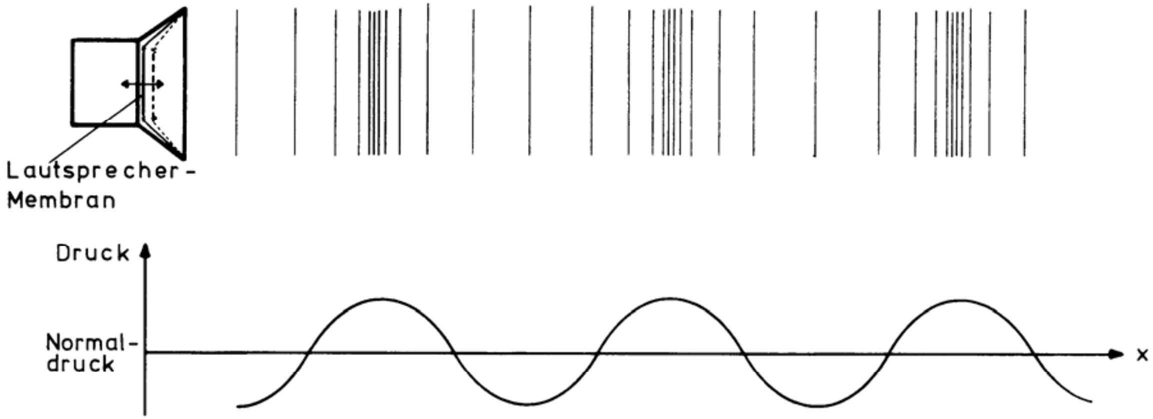


Chladnische Klangfiguren einer quadratischen und kreisförmigen Platte

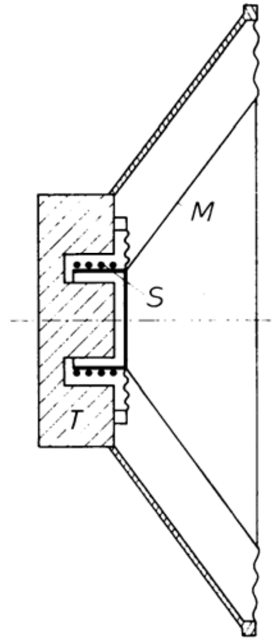
Versuch M 224 Chladnische Klangfiguren

7.8 Akustik

- **Schallwellen** lassen sich aus elektrischer **Wechselspannung** mit Lautsprecher erzeugen
- Schallwellen sind longitudinale Dichteschwingungen der Luft

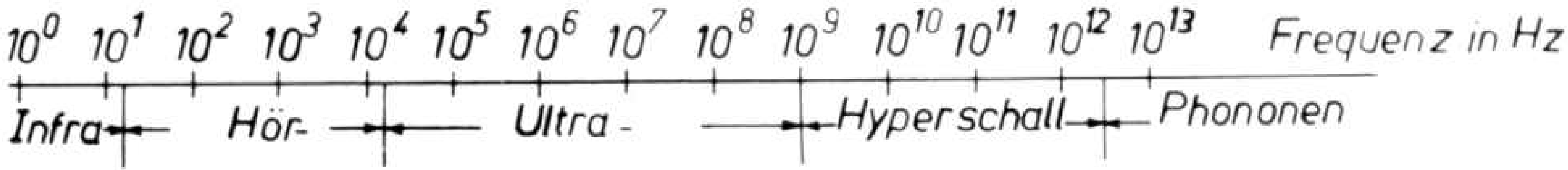


Schwingung einer Lautsprechermembran erzeugt geringfügige periodische Dichteänderungen der Luft (Über- und Unterdruck).



Lautsprecher (schematisch); *S* Tauchspule, *T* Topfmagnet, *M* trichterförmige Membran

- Frequenzbereich der Akustik: 16 Hz – 20 kHz (Hörbereich des Menschen)



1000 Hz 2000 Hz 4000 Hz 8000 Hz

Demonstration mit Tongenerator und Soundkarte

- **Schallgeschwindigkeit** (wie bei allen Wellen):

$$\boxed{c = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}}$$

- in Gasen wird c vor allem durch **Adiabaten-Koeffizient** κ bestimmt (vgl. Kap. 10.6):

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{p \quad \kappa}{\rho}}}$$ (p ... Druck, ρ ... Dichte, $\kappa = 1,4$ für zweiatomiges ideales Gas)

- Beispiel Luft (ist vor allem zweiatomig: N_2, O_2), daher κ = 1,4 (s. Kap. 10.6)

$$c = \sqrt{\frac{p \quad \kappa}{\rho}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^5\, kg \cdot m \cdot m^3}{1,19\; kg \cdot s^2 \cdot m^2}} = 345\frac{m}{s} \quad \text{mit} \quad p = 1 \text{ bar} = 10^5\frac{N}{m^2} \text{ und } \rho = 1,19\frac{kg}{m^3}$$

für f=1000 Hz:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{345 \cdot m \cdot s}{1000 \cdot s} = 0,34 \text{ m}$$

- Schallgeschwindigkeit in **Flüssigkeiten**: $c = \sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$ $(K \ldots \text{Kompressionsmodul})$

- in **Festkörpern** gibt es transversale und longitudinale Schwingungen:

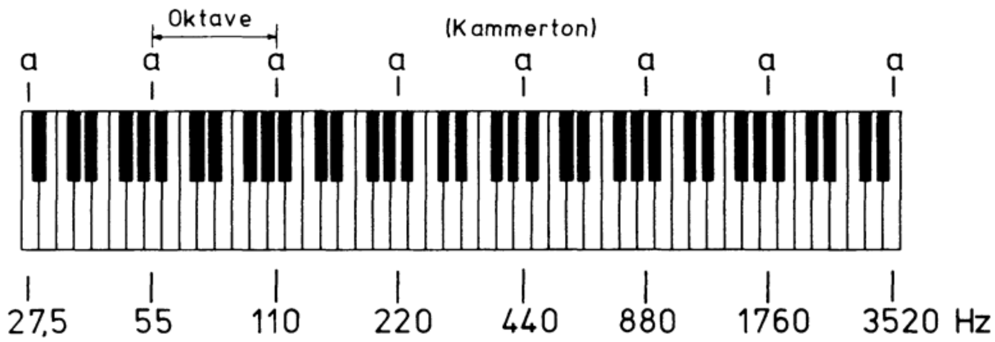
  transversale Schallgeschwindigkeit: $c_{\text{trans}} = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ $(G \ldots \text{Torsionsmodul})$

  longitudinale Schallgeschwindigkeit: $c_{\text{longit}} \approx \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$ $(E \ldots \text{Elastizitätsmodul})$

Material			c_{Schall} in ms^{-1} bei 20 °C
Gase	CO_2		276
	Luft		343
	N_2		404
Flüssigkeiten	C_3H_6O (Aceton)		1190
	C_6H_6 (Benzol)		1324
	H_2O		1485
Festkörper	Pb	(long.)	2200
		(trans.)	700
	Cu	(long.)	4700
		(trans.)	2300

- in Flüssigkeiten und Gasen keine Transversalwellen, da Torsionsmodul G = 0
- unterhalb 16 Hz: Infraschall
- oberhalb 20 kHz: Ultraschall
- oberhalb 1 GHz: Hyperschall

- Tonumfang des Klaviers 27,5 Hz ... 3520 Hz ⇒ 7 **Oktaven**
- 1 Oktave: Verdopplung der Frequenz



Tonumfang des Klaviers

Schallfeldgrößen

- **Schallintensität** oder **Schallstärke** I ist pro Zeit- und Flächeneinheit einfallende Schallenergie E:

$$I = \frac{E}{t \cdot A}$$

A ... Empfängerfläche

t ... Zeit

- Messdauer t muss größer als Periode T sein (Mittelwertbildung)
- will man Schall-Leistungen vergleichen: Pegelmaß $z = 10 \cdot \lg \frac{I_1}{I_2}$

	Lautstärke (Phon)
Schmetterlingsgeräusch (Hörschwelle)	0
Taschenuhr (1 m entfernt)	20
Schnakensummen	30
Sprache normal	50
Gesundheitsschäden bei dauernder Beschallung	70
Straßenlärm	80
Beat-Musik	90
Preßlufthammer (1 m entfernt)	120
Kesselschmiede (Schmerzempfindung)	130

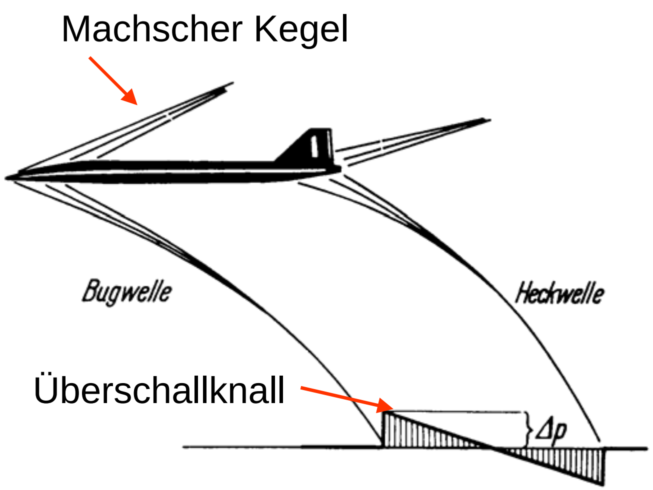
- hier Faktor 10 (statt 20), da Leistung proportional zu (Amplituden)^2
- **Lautstärkemaß** L_N relativ zur unteren Hörschwelle $I_0=10^{-12}$ W/m^2

$$L_N = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$$

Einheit: Phon

- Einheit Phon berücksichtigt Frequenzempfindlichkeit des Gehörs

- **Überschallflugzeug**: Schallwelle trifft Beobachter, wenn Flugzeug vorbei

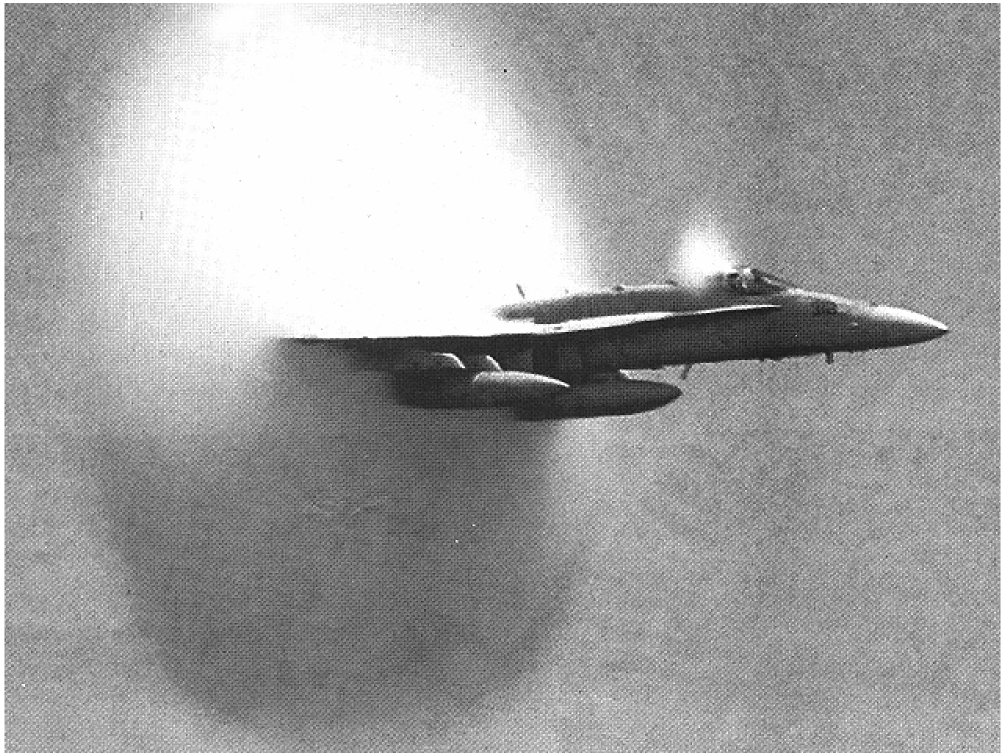


Stoßwellen eines Überschallflugzeuges (Bug- und Heckwelle) mit dem Druckverlauf (Drucksprung Δp), den die beiden Wellen am Erdboden erzeugen

- **Überschallknall** bei genauer Beobachtung doppelt (Bug- und Heckwelle; nicht hörbarer Effekt)
- Fluggeschwindigkeit wird auch in Vielfachen der Schallgeschwindigkeit angegeben: **Mach** (M), d.h. $2{,}5\ M = 2{,}5\ c_{Schall}$
- Mach, Ernst, österreichischer Physiker, Philosoph; *18.2.1838, †19.2.1916

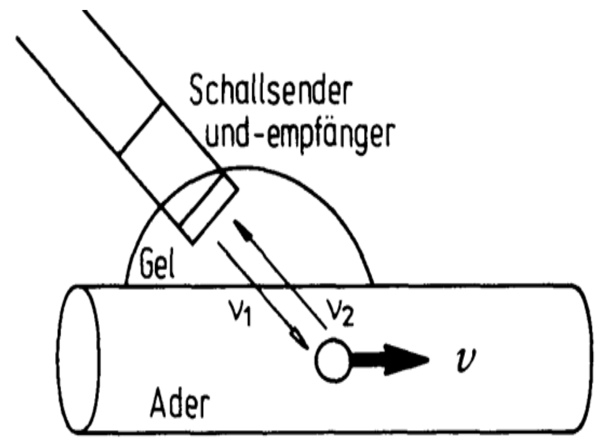
- mit Spezialkamera bei v > 1234 km/h aufgenommen
- verdichtete Luft
- ist bekannter Überschallknall
- für Piloten unhörbar

Foto: dpa



7.9 Anwendungen von Ultraschall

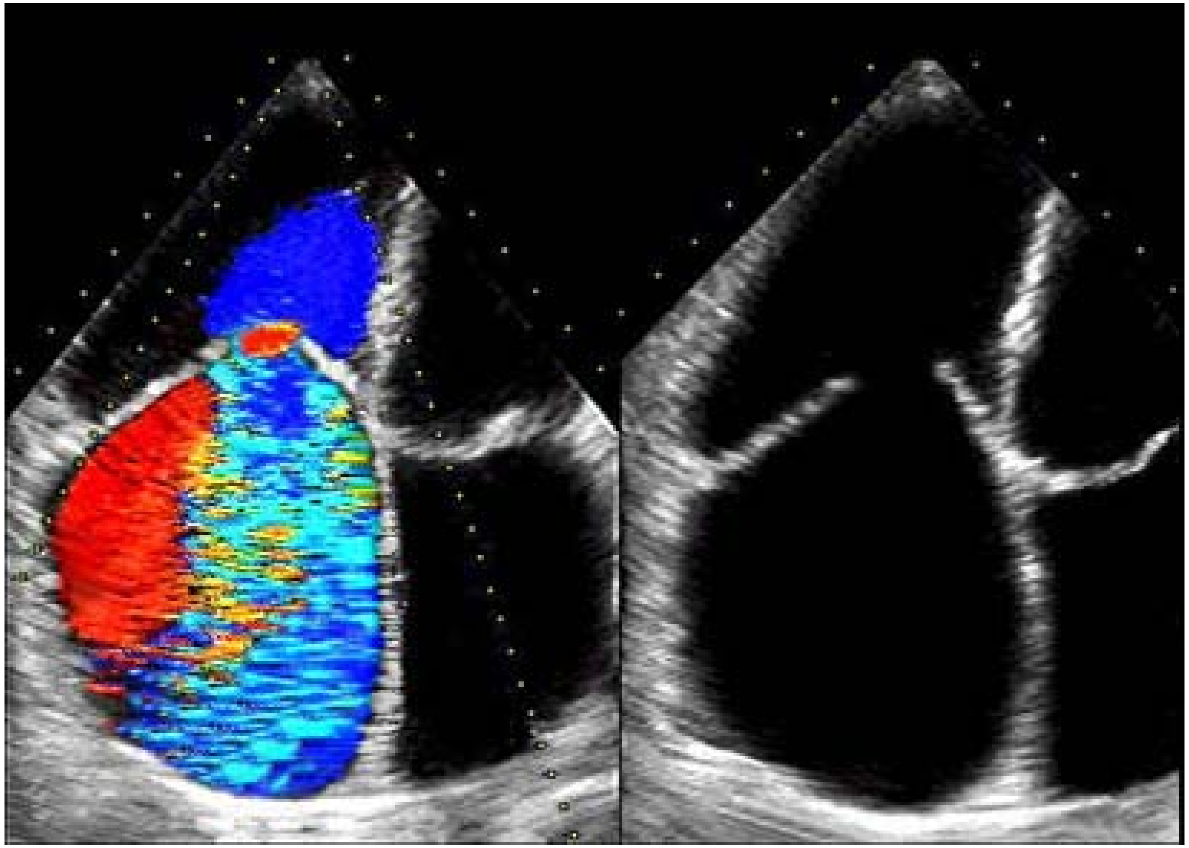
- Ultraschall wird vielfältig in der Medizin für **Diagnostik** und **Therapie** angewendet
- **Schallintensität** für Diagnostik 1 $mWcm^{-2}$ ist ohne biologische Wirkung
- **physiologische Effekte** erfordern ca. 1 W cm^{-2}, dann Erhöhung der Gewebetemperatur um einige Grad (Diathermie): Mikromassage des Gewebes und thermische Wirkung
- Schallintensität ist $\propto f^2$, d.h. für 1 MHz Intensität 10^6 mal höher, als für 1 kHz
- bei **35 Wcm^{-2}** beträgt Schalldruck **10 bar**; Intensität leicht zu bündeln, wegen kurzer Wellenlänge: **Lithotripsie** ist Zertrümmerung von Nieren- und Gallensteinen
- Gewebe wird erst bei ca. 1000 Wcm^{-2} zerstört
- es werden meist kurze Ultraschall-Impulse verwendet



Blutfluss-Messungen mittels Dopplereffekt

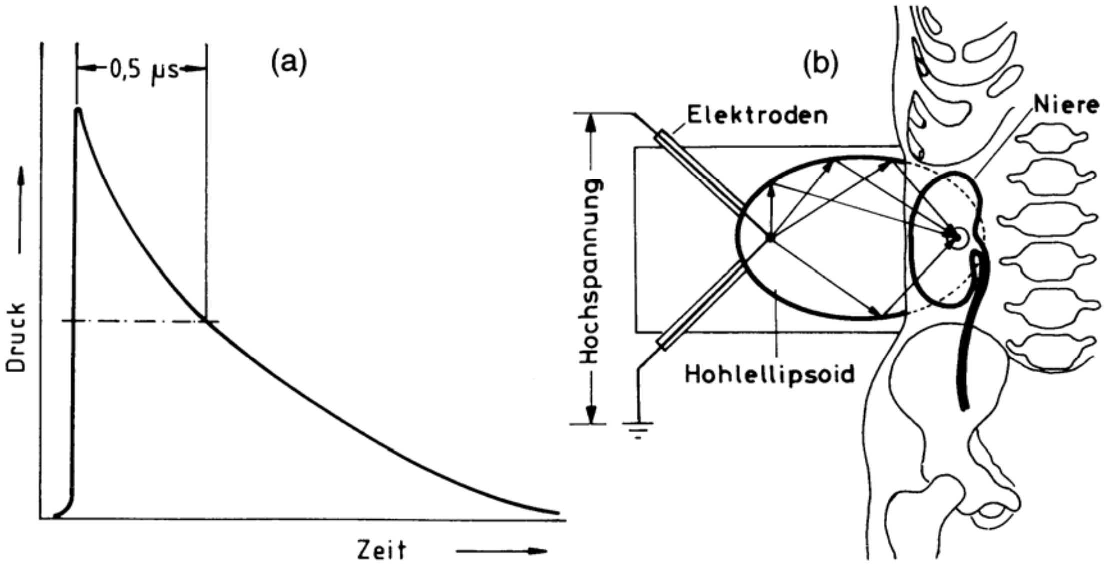
- Abbildung: Hochgradige Undichtigkeit des Einflussventils in die rechte Herzkammer (Trikuspidalklappe)
- links: Darstellung der Strömungsrichtungen als Farbdopplerbild
- rechts: entsprechende Wand- und Klappenstrukturen

Quelle: Internet (N. Bogunovic, Bad Oeynhausen, Kardiologische Klinik)



Lithotripsie

- mechanische Stoßwellen werden in festen Ablagerungen sehr stark absorbiert
- Stoßwelle wird bspw. durch elektrischen Unterwasserfunken erzeugt
- ist im Brennpunkt eines Hohl-Ellipsoids; im anderen Brennpunkt ist zu zerkleinerndes Objekt
- Justierung der Anlage mit zwei zueinander senkrechten Röntgenanlagen



Zeitlicher Verlauf einer Stoßwelle (a); räumliche Anordnung bei der Lithotripsie (b).

Abb.: Lithotripter

Übungsaufgaben zu Kap. 7

608. Das freie Ende eines ausgespannten Gummischlauches wird mit der Frequenz $3\,{}^1/\mathrm{s}$ auf und ab bewegt, wobei sich eine stehende Welle mit 1,80 m Knotenabstand bildet. Wie groß ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit c?

612. Zwei gleichzeitig mit $y = 0$ startende Wellen legen in 4 s die gemeinsame Strecke 5 m zurück. Wie groß sind ihre Wellenlängen, wenn die eine von beiden auf der gemeinsamen Strecke 3 Wellenlängen mehr hat und die Frequenzen im Verhältnis 7 : 8 zueinander stehen?

619. Von zwei um 120 cm voneinander entfernten Punkten A und B starten gleichzeitig zwei ebene Wellen von gleich großer Amplitude und den Daten: $f_1 = 4$ Hz, $c_1 = 15$ cm/s bzw. $f_2 =$ $= 8$ Hz, $c_2 = 20$ cm/s. Nach Ablauf welcher Zeit löschen sich die Wellen im Punkt ihrer Begegnung zum ersten Male aus?

621. Auf dem Umfang einer mit der Drehzahl $n = 4\,{}^1/\mathrm{s}$ rotierenden Kreisscheibe von 60 cm Durchmesser ist eine schwingende Stimmgabel ($a^1 = 440$ Hz) befestigt. Zwischen welchen Frequenzen schwankt der Ton für einen in der Scheibenebene befindlichen entfernten Beobachter? ($c = 340$ m/s)

627. Ein Benzinmotor hat den Schallpegel 80 dB. Welchen Schallpegel haben a) 3 Motoren und b) 50 Motoren? c) Wieviel Motoren müßten gleichzeitig laufen, wenn 130 dB (Schmerzgrenze) erreicht werden sollen?