Mechanik

1. Raum und Zeit

1.1 Internationales Einheitensystem – SI

- physikalische Größen werden durch Buchstaben gekennzeichnet; ist definiert nur durch Angabe von Zahlenwert **und** Einheit; bspw. v = 30 km/h oder T = 293 K
- es gibt **Basiseinheiten** und **abgeleitete Einheiten** im SI-System (Système International d'Unités); Basiseinheiten durch **Eichnormale** und Eichvorschriften definiert

Basiseinheiten

Einheiten-System	Mechanik			Elektrizitätslehre	Thermodynamik		Photometrie
	Länge	Masse	Zeit	Stromstärke	Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Internationales (SI)	Meter m	Kilogramm kg	Sekunde s	Ampere A	Kelvin K	Mol mol	Candela cd

einige Eichnormale:

- 1 s: ist das 9,19263177 × 10^9-fache der Schwingungsdauer einer von ^{133}Cs emittierten Strahlung (in Atomuhr in Braunschweig realisiert)
- 1 A: ist Stromstärke, die, wenn sie durch zwei parallele Leiter im Abstand 1m fließt zwischen diesen eine Kraft von 2×10^{-7} N pro Meter erzeugt
- 1 mol: ist Stoffmenge, die aus so vielen Teilchen besteht, wie Anzahl Atome in 12g Kohlenstoff sind (1 mol entspricht $6{,}023 \times 10^{23}$ Teilchen)

„SI-Umrechnungstabellen", Meißner, Fachbuchverlag Leipzig 1980

2. *Internationales Einheitensystem (SI)*

Das Internationale Einheitensystem ist ein für die Anwendung in allen Ländern empfohlenes und in vielen Staaten schon gesetzlich festgelegtes System von Einheiten.
Die Abkürzung SI ist in allen Sprachen einheitlich und von „Système International d'Unités" abgeleitet.
Es zeichnet sich gegenüber anderen Einheitensystemen durch folgende Vorzüge aus:

- Alle Einheiten naturwissenschaftlicher Größen können konsequent auf eine oder mehrere von sieben Basiseinheiten und zwei ergänzende Einheiten zurückgeführt werden.
- Alle Einheiten des SI sind so aufeinander abgestimmt, daß systembedingte Umrechnungsfaktoren nicht vorkommen.
- Durch die international einheitliche Anwendung wird ein großer Rationalisierungseffekt erreicht, indem auf die bisher notwendige Umrechnung in unterschiedliche Einheitensysteme verzichtet werden kann. Damit sind auch diesbezügliche Irrtümer, Fehlerquellen und Meinungsverschiedenheiten von vornherein vermieden.
- Mit dem SI kann insbesondere auch das inkonsequente sogenannte „Technische Einheitensystem" überwunden werden, in dem die Einheit Kilogramm für die im Wesen völlig unterschiedlichen Größen „Masse" und „Kraft" (Gewicht) verwendet wurde.

Abgeleitete Einheiten

- einige Beispiele für abgeleitete SI-Einheiten (aus SI-Einheiten zusammengesetzt)

Mechanik

Kraft:	$1\ \mathrm{kg\ m\ s^{-2}} = 1$ Newton (N)
Druck:	$1\ \mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-2}} = 1\ \mathrm{Nm^{-2}} = 1$ Pascal (Pa)
Energie:	$1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-2}} = 1$ Joule (J)
Leistung:	$1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}} = 1$ Watt (W)

Elektrizitätslehre

Spannung:	$1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-1}} = 1$ Volt (V)
Widerstand:	$1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-2}} = 1$ Ohm (Ω)
Leitwert:	$1\ \mathrm{kg^{-1}\ m^{-2}\ s^3\ A^2} = 1\ \Omega^{-1} = 1$ Siemens (S)
Kapazität:	$1\ \mathrm{A\ s\ V^{-1}} = 1$ Farad (F)
Induktivität:	$1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-2}\ A^{-2}} = 1$ Henry (H)

- es gibt auch Einheiten, die nicht zum SI-Sytem gehören (meist aus Tradition erhalten)

Größe	Einheit	Umrechnung $\rightarrow$ SI
Länge	Ångström (Å)	10^{-10} m
	Zoll (inch)	0,0254 m
	englische Meile	1609,33 m
	Lichtjahr	$9{,}45 \cdot 10^{15}$ m
Kraft	Kilopond	9,81 N
Druck	physikal. Atmosphäre (atm)	101 325 Pa
	techn. Atmosphäre (at)	98 066,5 Pa
	bar	100 000 Pa
	Torr (mm Hg-Säule)	133,3224 Pa
Temperatur	Fahrenheit (°F)	0 °C ≙ 32 °F; 100 °C ≙ 212 °F
Masse	Pfund	0,5 kg
Energie	Kalorie (cal)	4,1868 J
Leistung	Pferdestärke (PS)	735,49875 W
Zeit	Minute (min)	60 s

Beispiel: Einheiten des Druckes

1 Pa	$= 1\ N/m^2 = 1\ (kg/m \cdot s^2)$
1 GPa	$= 10^9$ Pa
1 MPa	$= 10^6$ Pa
1 kPa	$= 10^3$ Pa
1 mPa	$= 10^{-3}$ Pa
1 µPa	$= 10^{-6}$ Pa
1 kp/m²	= 9,80665 Pa
1 at = 1 kp/cm²	$= 9{,}80665 \cdot 10^4$ Pa
	$= 9{,}80665 \cdot 10^{-2}$ MPa
1 kp/mm²	= 9,80665 MPa
1 atm	$= 1{,}01325 \cdot 10^5$ Pa
	$= 1{,}01325 \cdot 10^{-1}$ MPa
1 Torr	$= 1{,}33322 \cdot 10^2$ Pa
1 m WS	$= 9{,}80665 \cdot 10^3$ Pa
1 mm WS	= 9,80665 Pa
1 mm Hg	= 1 mm QS
	$= 1{,}33322 \cdot 10^2$ Pa
1 bar	$= 0{,}1$ MPa $= 10^5$ Pa
1 mbar	$= 10^2$ Pa
1 ba = 1 µbar	$= 10^{-1}$ Pa
1 in H_2O	$= 2{,}49089 \cdot 10^2$ Pa
1 in Hg	$= 3{,}38639 \cdot 10^3$ Pa
1 pz	$= 10^3$ Pa
1 pdl/sq ft	= 1,48816 Pa
1 lbf/sq ft	$= 4{,}788 \cdot 10$ Pa
1 psi = 1 lbf/sq in	$= 6{,}89476 \cdot 10^3$ Pa
1 lbf/sq yd	= 5,320 Pa
1 (long)tonf/sq in	$= 1{,}5445 \cdot 10$ MPa
1 short tonf/sq in	$= 1{,}3788 \cdot 10$ MPa
1 (long)tonf/sq ft	= 0,10725 MPa
1 ozf/ft²	= 2,994 Pa
1 ozf/in²	$= 4{,}31 \cdot 10^2$ Pa
1 ft H_2O	$= 2{,}989 \cdot 10^3$ Pa

- Pa — Pascal
- kp — Kilopond
- atm — physikalische Atmosphäre
- WS — Wassersäule
- mm Hg — mm Quecksilbersäule
- sq ft — square foot
- psi — pounds per square inch
- tonf — ton force (brit.: long ton =1016,05 kg; am.: short ton=907,2 kg)
- ozf — ounce force

Dezimale Vielfache und Teile von Einheiten

- viele Größen können sehr unterschiedliche Werte annehmen (viele Größenordnungen)
- Beispiele: Länge, Druck, Kapazität, Spannung, Lichtstärke ...

Länge in m

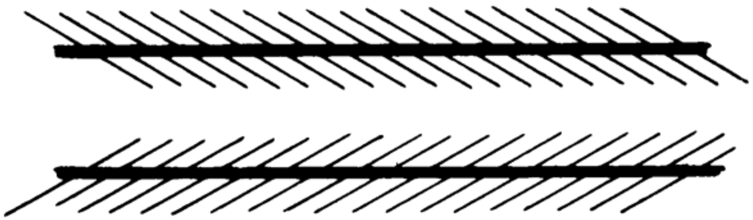
10^{-15}	Kern-Durchmesser 10^{-15}
10^{-12}	
	Atom-Durchmesser 10^{-10}
10^{-9}	
10^{-6}	Wellenlänge des sichtb. Lichts 10^{-6} Erythrozyten-Durchmesser 10^{-5}
10^{-3}	
1	
10^{3}	Höhe des Mt. Everest 10^{4}
10^{6}	
	Erd-Durchmesser 10^{7}
10^{9}	Abstand Erde-Mond 10^{9}
10^{12}	Abstand Erde-Sonne 10^{12} Durchmesser des Sonnensystems 10^{13}
10^{15}	
	Entfernung nächster Fixsterne 10^{17}
10^{18}	
10^{21}	Durchmesser der Milchstraße 10^{21}
10^{24}	
	weiteste sichtbare Galaxis 10^{26}

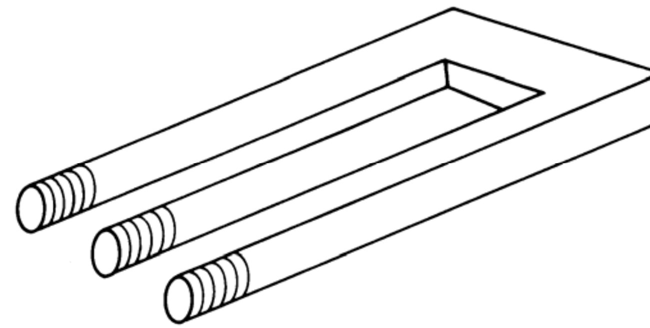
- um führende oder nachgestellte Nullen bzw. Exponentendarstellung zu vermeiden $\Rightarrow$ Abkürzungen für Vielfache und Teile:

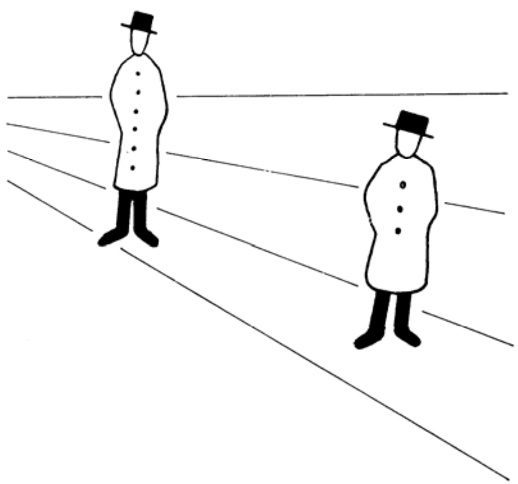
	Zehnerpotenzen	Vorsatz	Vorsatzzeichen
Vielfache:	10^{12}	Tera	T
	10^{9}	Giga	G
	10^{6}	Mega	M
	10^{3}	Kilo	k
Teile:	10^{-1}	Dezi	d
	10^{-2}	Zenti	c
	10^{-3}	Milli	m
	10^{-6}	Mikro	μ
	10^{-9}	Nano	n
	10^{-12}	Pico	p
	10^{-15}	Femto	f
	10^{-18}	Atto	a

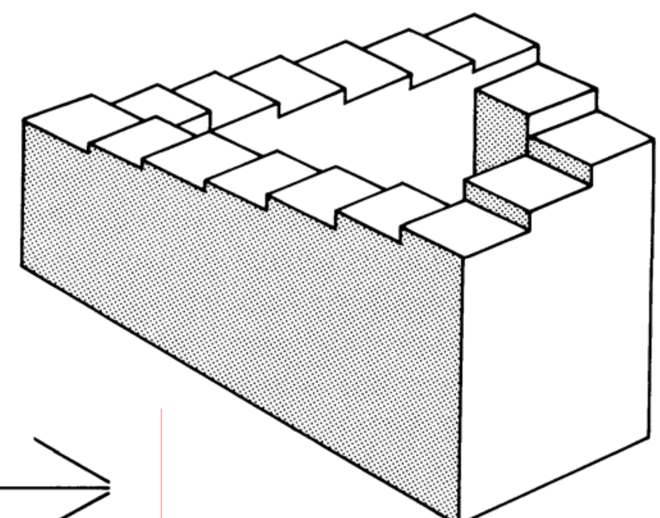
Exakte Messungen notwendig

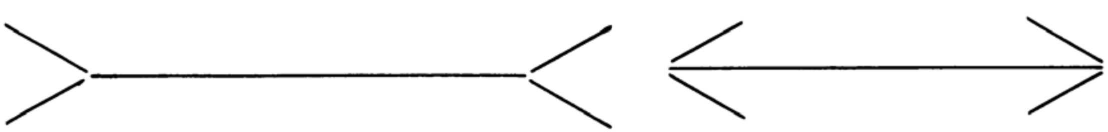
- menschliche Sinne sind anfällig für Täuschungen: exakte Messungen notwendig um gesetzmäßige Zusammenhänge zu erkennen





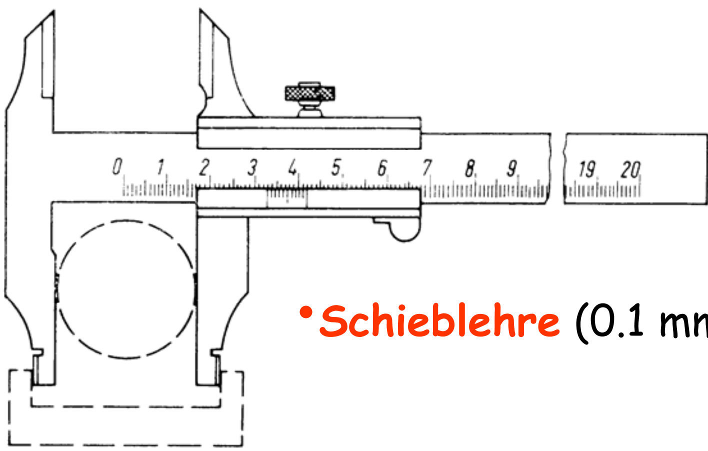






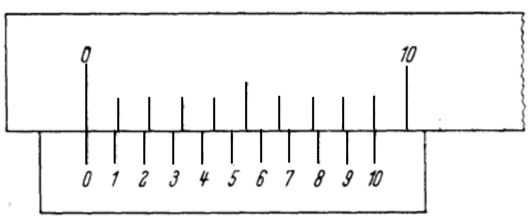
Längenmessung

1 Seemeile	=	1852 m
1 inch (= Zoll)	=	25,4000 mm
1 yard	=	0,9144 m
1 foot	=	$^1/_3$ yard

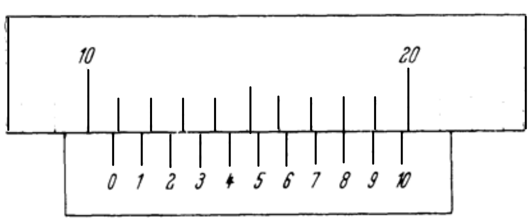


- **Schieblehre** (0.1 mm)

- **Nonius**

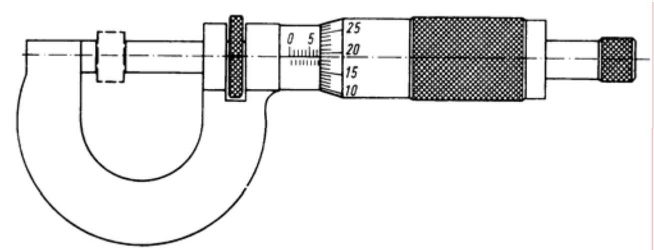


a) Nulleinstellung



b) Einstellung 10,8

- **Mikrometerschraube** (1...10 μm)

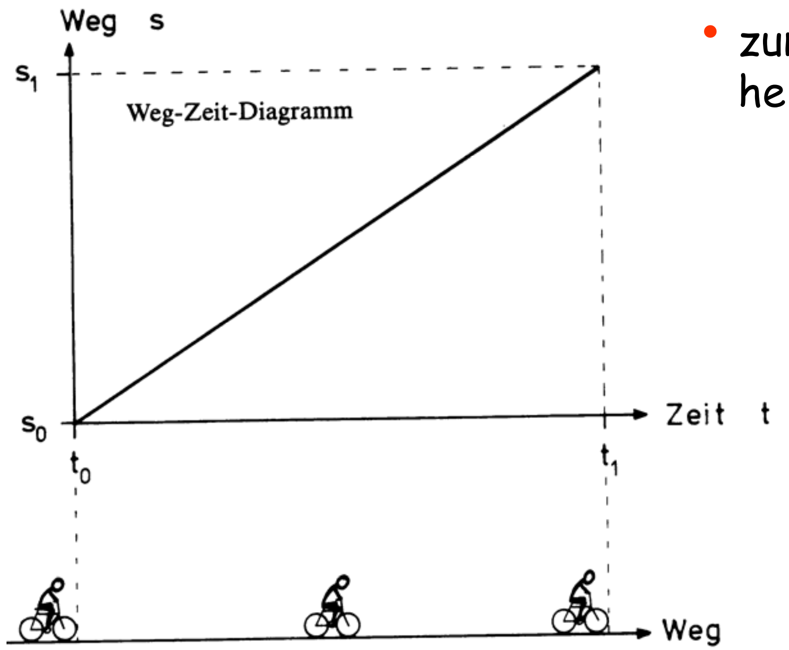


- **Interferometer**: Überlagerung von Lichtwellen führt zur Verstärkung oder Abschwächung
- Längenänderung von Bruchteilen der Lichtwellenlänge können gemessen werden (0.01 μm)

Nonius zeigen

1.2 Bewegungen im Raum
1.2.1 Geschwindigkeit

- Geschwindigkeit gut im Weg-Zeit-Diagramm zu verstehen
- gradlinig gleichförmige Bewegung: $\vec{v}$ = const $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{v} = \vec{s}/t}$ Einheit: m/s



- zunächst betrachten wir einen Massepunkt (3 Freiheitsgrade der Translation; keine Rotation)

Übungsaufgaben gradlinig gleichförmige Bewegung

148. Bei Querwind wird die Rauchfahne eines 90 m langen Zuges, der mit $v_1 = 70$ km/h fährt, abgetrieben und steht 30 m seitwärts vom Zugende. Welche Geschwindigkeit v_2 hat der Wind?

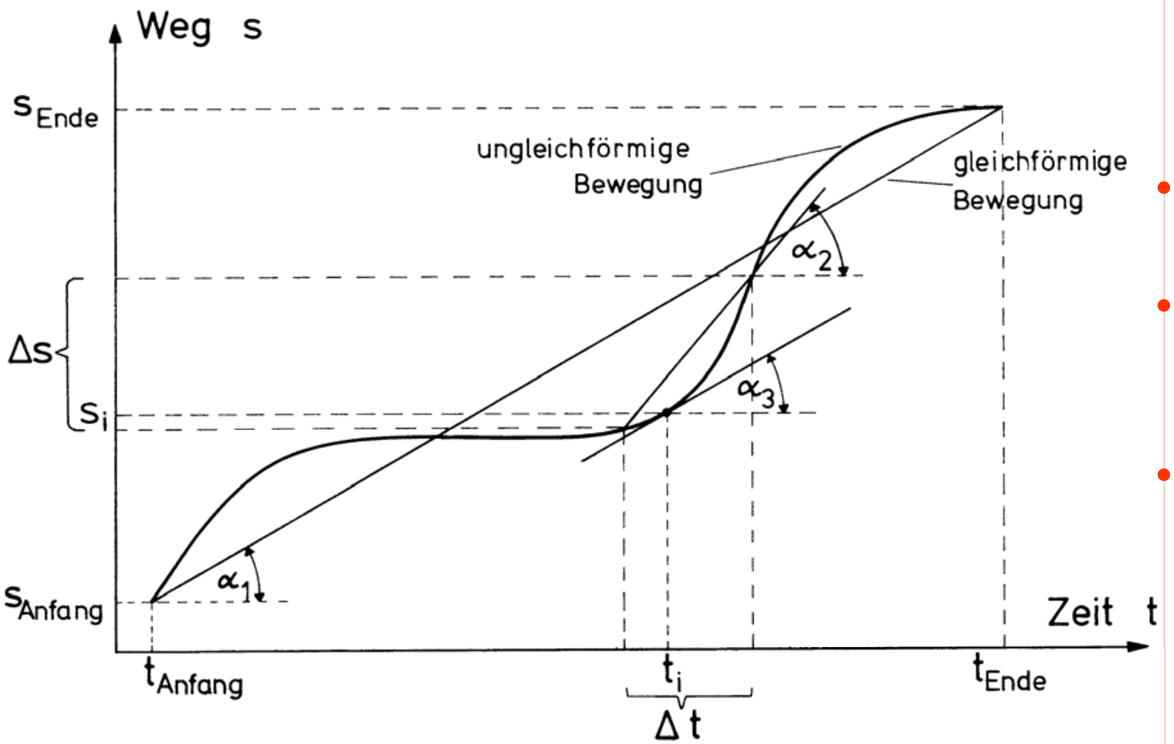
149. Ein Beobachter sitzt 2 m hinter einem 50 cm breiten Fenster. Vor dem Fenster verläuft in 500 m Entfernung quer zur Blickrichtung eine Landstraße.

Welche Geschwindigkeit hat ein Radfahrer, der 15 s lang im Blickfeld des Fensters zu sehen ist?

Die ungleichförmige Bewegung

- Geschwindigkeit i.A. nicht konstant, d.h. **Momentangeschwindigkeit** ist Anstieg der Weg-Zeit-Kurve, d.h.

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{s}}$$



- Sonderfälle:
  - gradlinig gleichförmige Bewegung
  - gleichförmig beschleunigte Bewegung
- Addition von Geschwindigkeiten als Vektoren (s. Kap. 0.3)
- Beträge können nur addiert werden, wenn v_1 und $v_2 << c$ (Lichtgeschwindigkeit)
- sonst relativistische Korrektur:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

1.2.2 Die Beschleunigung

- Änderung der Geschwindigkeit wird durch **Beschleunigung** beschrieben
- ist zeitliche Änderung der Geschwindigkeit:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{v}} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{s}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\vec{s}} \qquad \text{Einheit: } \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

- Sonderfall: **gradlinig und gleichmäßig beschleunigte Bewegung**, d.h. $\vec{a} = const.$
- es gelten dann die folgenden Beziehungen (eindimensionaler Fall, d.h. alle Vektoren haben dieselbe Richtung):

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a = \text{const.} \qquad \text{kann man integrieren:}$$

$$\int \mathrm{d}v = a \int dt$$

$$v = at + C \quad \Rightarrow \quad \text{, für die Anfangsbedingung } t = 0 \text{ wird } C = v_0$$

$$\boxed{v = at + v_0}$$

$$\text{erneut integrieren:}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = at + v_0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}s = (at + v_0)\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad \int \mathrm{d}s = \int (at + v_0)\mathrm{d}t$$

$$\boxed{s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0}$$

Beispiel

Ein Fahrzeug hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 6$ m/s und legt innerhalb der ersten 5 s die Strecke 40 m zurück. Wie groß ist die Beschleunigung?

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2}$$

$$a = \frac{2(40m - 6\frac{m}{s} \cdot 5s)}{25s^2} = \underline{\underline{0.8\frac{m}{s^2}}}$$

Übungsaufgaben zur gradlinig und gleichmäßig beschleunigten Bewegung

162. Während ein Personenzug 700 m zurücklegt, bremst er mit einer Verzögerung von 0,15 m/s². Wie groß sind die Bremszeit und seine Endgeschwindigkeit, wenn die Anfangsgeschwindigkeit 55 km/h beträgt?

163. Ein Motorrad beschleunigt seine Fahrt 6 s lang mit 1,8 m/s² und erreicht die Endgeschwindigkeit 85 km/h. Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit?

Sonderfall: die Erdbeschleunigung

- Beschleunigung infolge **Erdanziehung**; an Erdoberfläche: $\vec{a}_{Erde} = \vec{g} = 9{,}81\frac{m}{s^2}$
- Beispiel: Welche Strecke legt ein frei fallender Körper in der neunten Sekunde zurück?

$$s = \frac{1}{2}gt^2(9s) - \frac{1}{2}gt^2(8s) = \frac{1}{2}g(t_{9s}^2 - t_{8s}^2) = \underline{\underline{83{,}4\,\mathrm{m}}}$$

- auch für freien Fall gilt: $v = g \cdot t$
- d.h. Fallgeschwindigkeit hängt **nicht** von **Masse** des fallenden Körpers ab

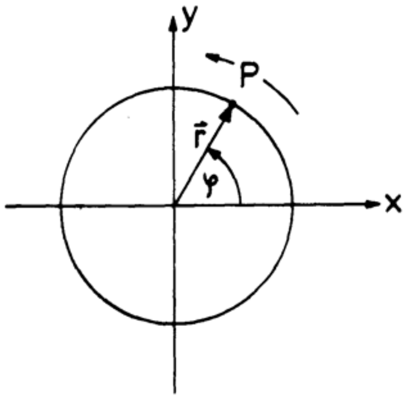
Versuch M23
freier Fall im Vakuum

Übungsaufgabe zum freien Fall

186. Ein frei fallender Körper passiert zwei 12 m untereinanderliegende Meßpunkte im zeitlichen Abstand von 1,0 s. Aus welcher Höhe über dem oberen Meßpunkt fällt der Körper, und welche Geschwindigkeit hat er in den beiden Punkten?

1.2.3 Die Kreisbewegung

- Sonderfall der krummlinigen Bewegung ist Kreisbewegung
- hier ersetzt Winkel φ den Weg s der gradlinigen Bewegung



Kreisbewegung

- zeitliche Ableitung: **Winkelgeschwindigkeit** $\vec{\omega}$
- deren Betrag: **Kreisfrequenz**

SI-Einhet: 1 rad/s

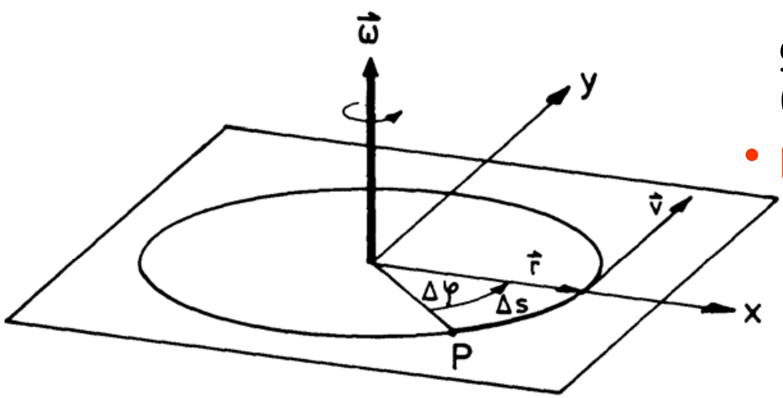
(Radiant: Hilfsmaßeinhat)

$$|\vec{\omega}| = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

- **Frequenz** (Umdrehungen pro Sekunde): n = ω/2π
- man verwendet die Polarkoordinaten mit φ und $\vec{r}$ anstelle der kartesischen Koordinaten
- Betrag des Vektors der Winkelgeschwindigkeit ist gleich Kreisfrequenz, Richtung ist Drehachse (Rechtsschraube)
- **Bahngeschwindigkeit**:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$|\vec{v}| = r \cdot \omega$$



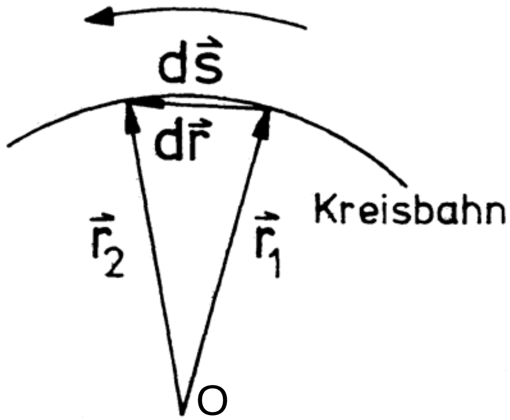
Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ und
Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$

Die Beschleunigung bei der Kreisbewegung

- Kreisbewegung ist krummlinige Bewegung, d.h. ist stets beschleunigt
- Bahnbeschleunigung für **gleichförmige** Kreisbewegung:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 \vec{r}$$

$$|\vec{a}| = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$



Beschleunigung bei der Kreisbewegung

- Richtung der Bahnbeschleunigung: auf Drehpunkt O
- heißt Zentripetalbeschleunigung

Übungsaufgaben zur Kreisbewegung

211. Welche Winkelgeschwindigkeit hat a) eine Schallplatte bei 78 Umdrehungen je Minute, b) ein Fahrrad von 28″ Durchmesser bei 36 km/h, c) der große Zeiger und d) der kleine Zeiger einer Uhr? (1″ = 25,4 mm)

230. Ein Elektromotor mit der Drehzahl 4000 $^1/\mathrm{min}$ läuft innerhalb von 8 s bis zum Stillstand aus. Wieviel Umdrehungen führt er dabei aus?

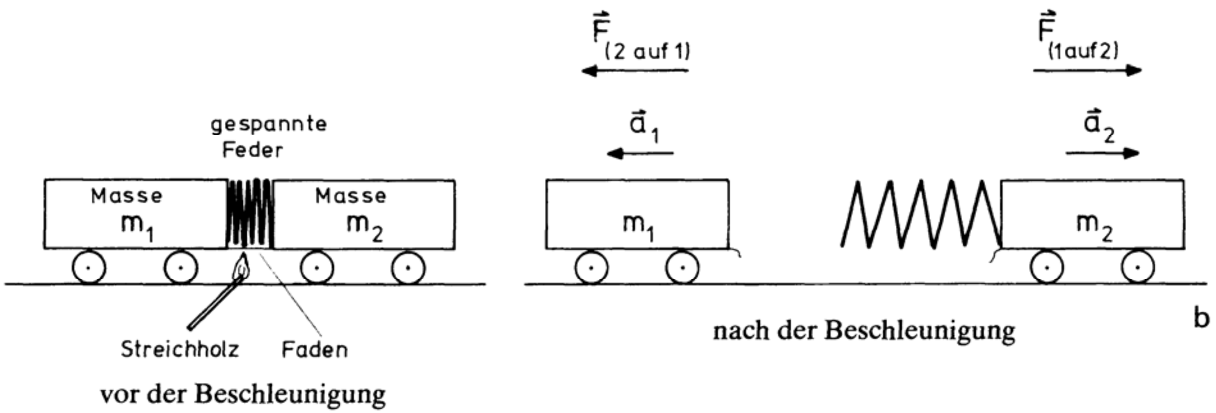
Versuch M57
Winkelbeschleunigung
(Fahrradkreisel)

2. Masse und Kraft

- Die Ursache einer Bewegung ist stets eine **Kraft**, die auf eine **Masse** wirkt
- je größer Kraft $\vec{F}$ auf gegebene Masse, desto größer Beschleunigung: $\vec{F} \propto \vec{a}$

2.1 Die träge Masse

- **träge Masse** ist Eigenschaft eines Körpers, sich Versuchen seinen Bewegungszustand zu ändern, zu widersetzen (**Beharrungsvermögen**)



Versuch M48

Aktion = Reaktion

- Messvorschrift: bestimmen Beschleunigung
- falls **Beschleunigung** entgegengesetzt **gleich groß**, dann ist **Masse gleich**, sonst gilt:

  $m_1/m_2 = a_2/a_1$
- außerdem: allgemeines Prinzip $\Rightarrow$ Kräfte auf beide Wagen sind gleich groß, aber entgegengesetzt, d.h. **actio = reactio (Kraft = Gegenkraft)**

2.2 Wirkung von Kräften
2.2.1 Newtonsche Axiome

- statt Kraft spricht man auch von Wechselwirkung
- **Kräfte** führen zur **Änderung des Bewegungszustandes** eines Körpers oder zu seiner Deformation (wird zunächst nicht betrachtet)

Das 1. Newtonsche Axiom (Trägheitsprinzip)

Wenn die **Summe** aller äußeren **Kräfte**, die auf einen Körper einwirken, gleich **Null** ist, verharrt der Körper in **Ruhe** oder gradlinig **gleichförmiger Bewegung**

Das 2. Newtonsche Axiom (Aktionsprinzip)

Eine auf einen Körper einwirkende **Kraft** ruft eine **zeitliche Veränderung** seines Bewegungszustandes (**Impuls**) hervor (Beschleunigung oder Verzögerung)

allgemein:

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v}) = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

Bewegungszustand oder Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

vgl. Kap. 2.2.4

für m = const.:

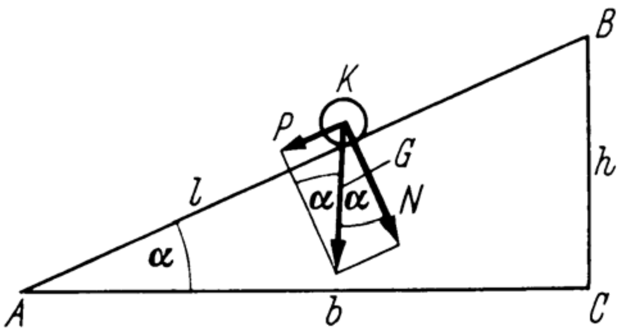
$$\boxed{\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}}$$

für Erdanziehung: Gewichtskraft

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Die schiefe Ebene

- Die **Erdbeschleunigung** wirkt auf der **schiefen Ebene** nur **teilweise**



Zerlegung der Kraft auf der schiefen Ebene

- die wirkende Gewichtskraft $\vec{G}$ kann vektoriell in Ihre Bestandteile zerlegt werden:
- *P* ... **Parallel- oder Hangabtriebskraft**

$$\vec{P} = \vec{G}\frac{h}{l} = \vec{G} \cdot \sin\alpha$$

- *N* ... **Normalkraft**

$$\vec{N} = \vec{G}\frac{b}{l} = \vec{G} \cdot \cos\alpha$$

- **Normalkraft** wird durch Gegenkraft der Ebene **kompensiert**
- Für Bewegung allein verantwortlich: $\vec{P}$
- d.h. bei $\alpha = 0$ ist $\vec{P} = 0 \Rightarrow$ keine Beschleunigung

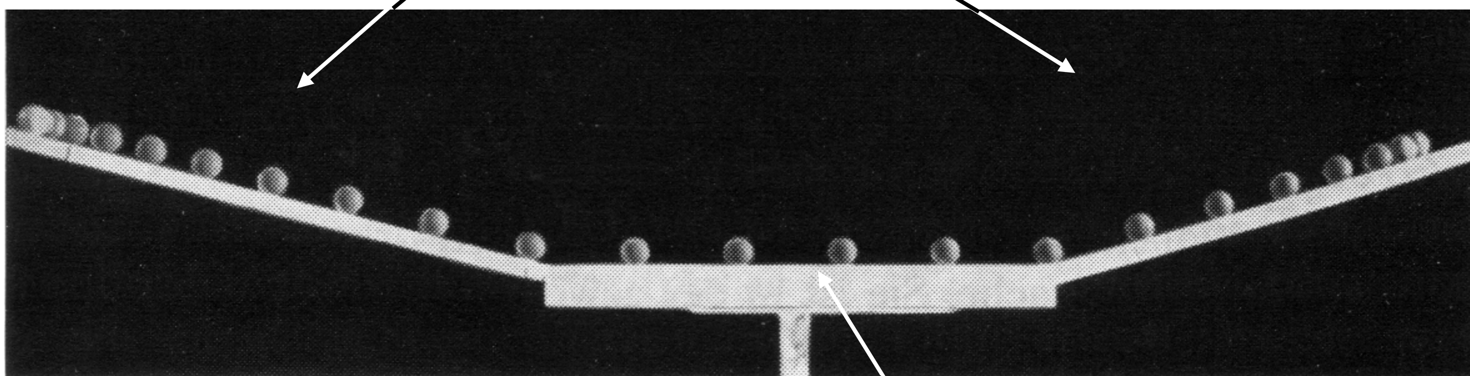
Versuch M36
schiefe Ebene

α	sin α	Masse Wagen	Masse Gewichtsstück
30°	0,5	2 kg	1 kg
14,5°	0,25	2 kg	0,5 kg

Versuch zur Demonstration der Newtonschen Axiome:

Erdanziehung wirkt mit: $\left|\vec{F}\right| = m \cdot \vec{g} \cdot \sin(15°)$

Körper wird beschleunigt bzw. verzögert



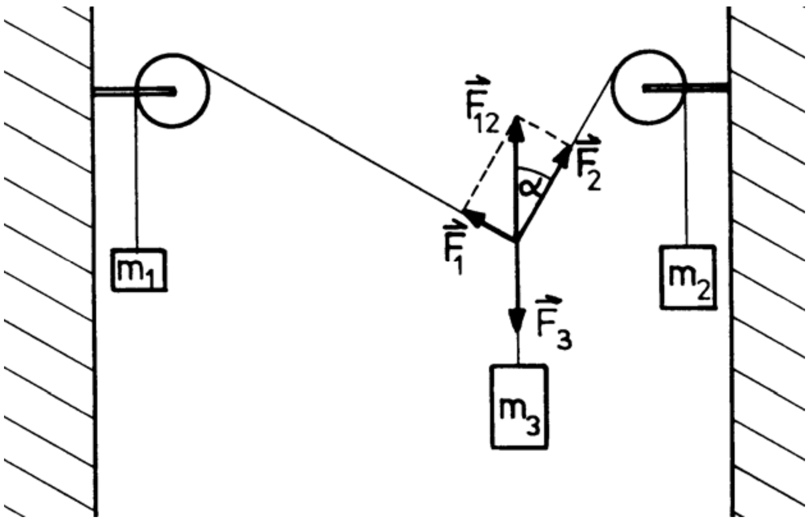
Stroboskopisch beleuchtete Kugel, die links auf der schiefen Ebene (Neigungswinkel = 15°) herunter rollt (nicht gleitet!) und rechts auf der schiefen Ebene (Neigungswinkel = 16,5°) wieder hinaufrollt

Erdanziehung wird völlig kompensiert (keine Kraft wirkt):

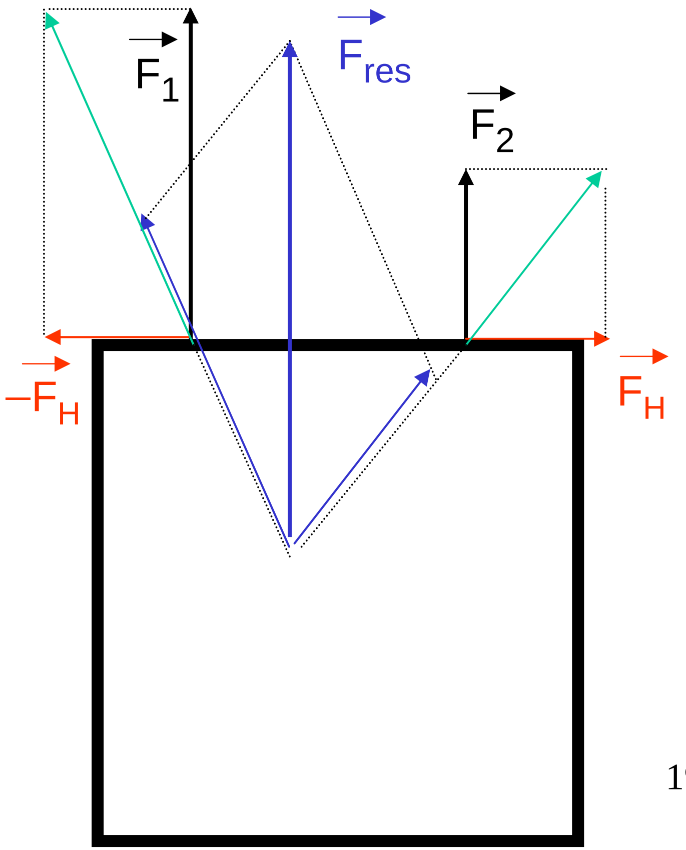
Körper bewegt sich gradlinig gleichförmig

Das Zusammensetzen von Kräften

- Kräfte können vektoriell zusammengesetzt oder in ihre Komponenten zerlegt werden

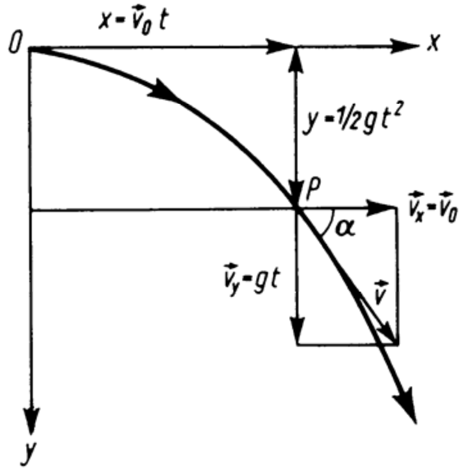


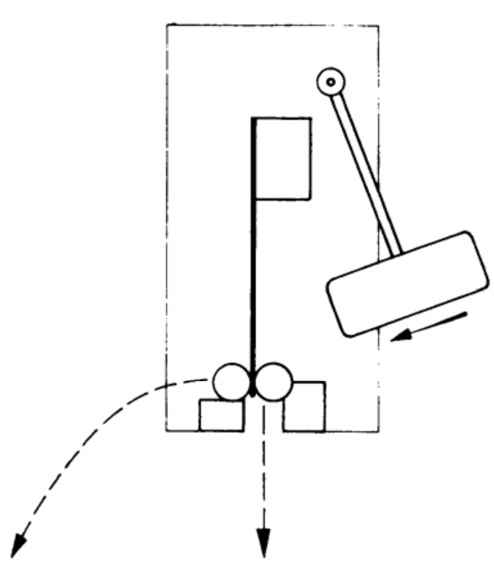
- Sonderfall: Kräfte in gleicher Richtung (Schienenfahrzeug)
- Hilfskonstruktion: man addiert zwei sich aufhebende Hilfskräfte



Zwei senkrecht aufeinander stehende Kräfte beeinflussen sich nicht

Beispiel: waagerechter Wurf





Versuch M30
zwei fallende Kugeln

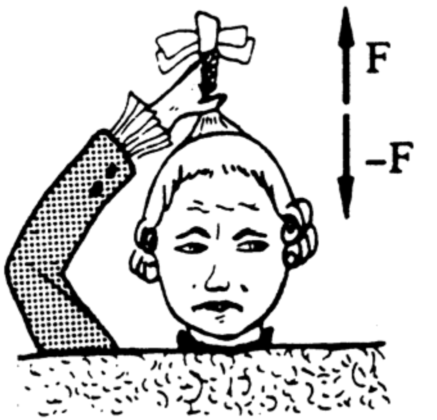
- Fallgeschwindigkeit (Erdanziehung) und horizontale Anfangsgeschwindigkeit überlagern sich vektoriell
- beide Kugeln treffen den Boden aber **zur selben Zeit**, da sich die **Komponenten nicht beeinflussen**
- Komponente in Richtung der anderen Geschwindigkeit ist jeweils Null

Das 3. Newtonsche Axiom (Reaktionsprinzip)

Wenn ein Körper 1 auf einen Körper 2 eine Kraft ausübt ($\vec{F}_{1\to 2}$), dann zeigt die Erfahrung, dass der Körper 2 auf den Körper 1 mit der entgegengesetzt wirkenden Kraft einwirkt ($-\vec{F}_{2\to 1}$) **actio = reactio** :

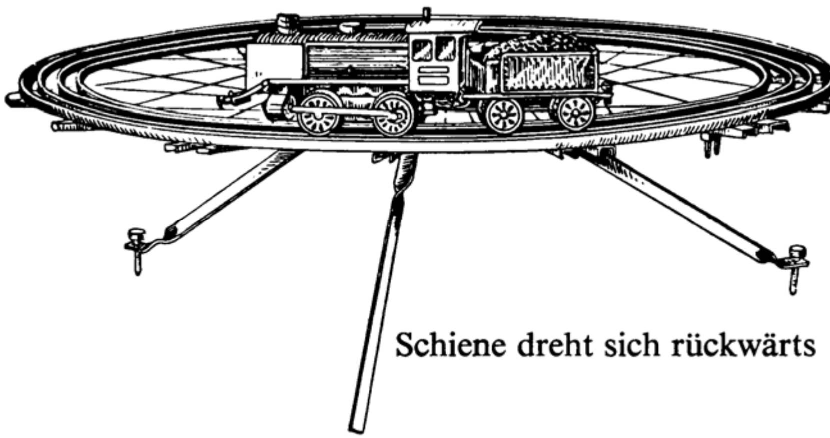
- Beispiele

$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$$



Baron von Münchhausen

Kräfte heben sich auf



Schiene dreht sich rückwärts

weitere Beispiele:

- Düsenantrieb beim Flugzeug
- Raketenantrieb
- Boot auf Wasser

2.2.2 Einige spezielle Kräfte

Die Gravitationskraft

- $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$ ist phänomenologische Beschreibung (d.h. nach dem Erscheinungsbild)
- Ursache der Kraft ist die **Anziehung** zwischen **zwei Massen**:

$$\boxed{\left|\vec{F}\right| = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$$

r ... Abstand zwischen den Massen

- G ist Gravitationskonstante $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2}$
- **Beispiel:** 2 Raumschiffe (m_1=5000 kg und m_2=2000 kg) begegnen sich im All. Welche Anziehungskraft haben sie während eines Ankoppelmanövers bei einem Abstand von 0,5 m (Idealisierung: Punktmassen)?

$$\left|\vec{F}\right| = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5000 \cdot 2000}{0{,}5^2}\frac{Nm^2kg^2}{kg^2m^2} = 2{,}67 \cdot 10^{-3}\,N$$

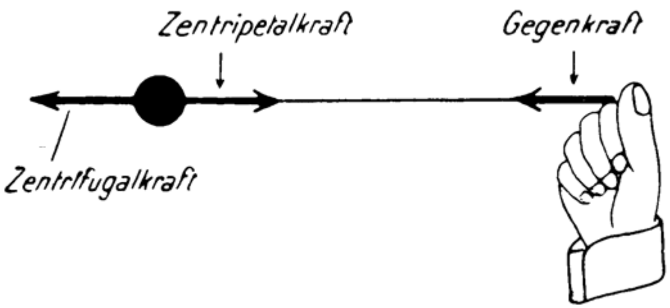
entspricht Gewichtskraft von 0,27 g auf Erdoberfläche; kann man mit **Drehwaage** messen

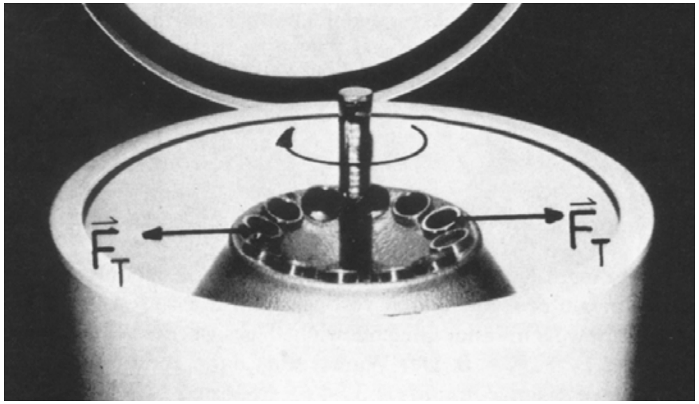
Versuch M62: Drehwaage

Die Trägheitskraft

- $\vec{F} = -m \cdot \vec{a}$ ist Trägheitskraft; ist **keine** von außen angreifende Kraft
- führt daher nicht zu zusätzlicher Beschleunigung (resultiert aus 3. Newtonschem Axiom)
- nur **mitbewegter Beobachter** hat den **Eindruck**, das Kraft von außen angreift
- Beispiel: bremsendes Auto
- wirkende Kraft: Bremskraft, wegen actio = reactio Beschleunigung der Fahrzeuginsassen in Fahrtrichtung

Zentrifugal- und Zentripetalkraft

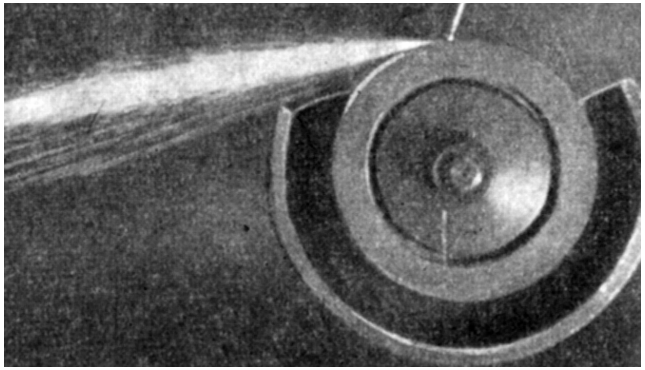




Versuch M65
Kugel an Feder

$$\vec{F}_{zp} = m\vec{a} = -m\omega^2\vec{r}$$

- **Zentripetalkraft wirkt nach innen**, d.h. um Kreisbewegung zu ermöglichen muss entsprechende Kraft (ist gleich Zentrifugal- oder Fliehkraft) aufgewandt werden (z.B. Hammerwerfer)
- sobald **Gegenkraft entfällt**, d.h. Zentripetalbeschleunigung aufgehoben wird ⇒
- **gradlinig gleichförmige Bewegung** (es wirkt keine Kraft mehr -> 1. Newtonsches Axiom)



Versuch M64
Stahl an Schleifscheibe

- für abgelöste Teilchen ist Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft aufgehoben
- bewegen sich geradlinig gleichförmig mit Betrag der Bahngeschwindigkeit

Federkraft

Versuch M38
Federdynamometer

- ist Kraft einer gespannten Feder
- für nicht zu starke Spannung ist Kraft **proportional** zur Dehnung (bzw. Stauchung)

$$\boxed{F = -k \cdot x}$$ k ... Federkonst. SI-Einheit für k: N/m

- wird zur Messung von Kräften ausgenutzt: Federdynamometer

Druck

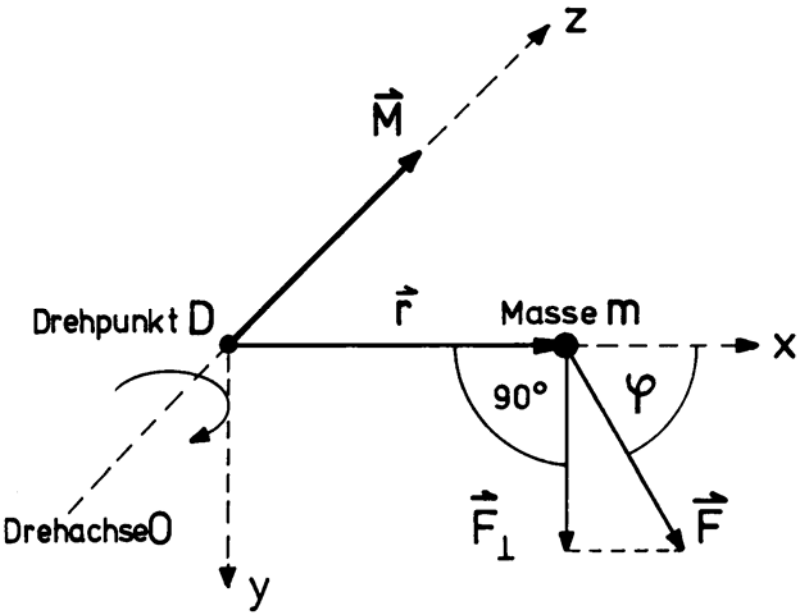
- ist Kraft F auf einer definierten Fläche A; SI-Einheit: N/m^2 = Pa (Pascal)

$$\boxed{p = \frac{F}{A}}$$

Anwendung vor allem bei Flüssigkeiten und Gasen

2.2.3 Drehmoment

- wenn Masse nicht frei ist, sondern z.B. mit einem Faden fixiert, ergibt sich **Bewegung um einen Drehpunkt D**



- es kommt zur **Rotationsbeschleunigung**
- Kraft wird durch **Drehmoment** ersetzt

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ \left|\vec{M}\right| &= r \cdot F \cdot \sin\varphi\end{aligned}}$$

- Abstand **r** heißt auch **Hebelarm**
- **Vektor** des Drehmomentes $\vec{M}$ liegt auf der **Drehachse**
- Einheit: Nm

Versuch M55
Drehmomentwaage

Versuch M56
verschiedene Drehmomente

- Kraft bewirkt Beschleunigung dv/dt entlang eines Kreisbogens:

$$M = r \cdot F_\perp = rm\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad \text{wegen } v = r\omega :$$

$$\boxed{M = mr^2 \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}}$$

ist analog zu F = m a bei der gradlinigen Bewegung

Das Trägheitsmoment

- **Trägheitsmoment** ist Analogon zur **trägen Masse** bei gradliniger Bewegung

gradlinige	Kreisbewegung
$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$

J ist das **Trägheitsmoment** der umlaufenden Masse

- bei **mehreren Massepunkten** mit unterschiedlichen Massen und Abständen vom Drehpunkt:

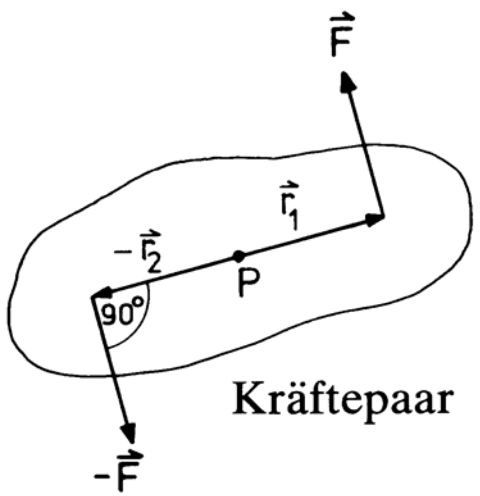
$$J = m_1 r_1^2 + \ldots + m_N r_N^2 = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

Versuch M58

Trägheitsmoment: 2 Walzen

- bei **ausgedehntem Körper**: $J = \int r^2 dm$

Drehbewegung durch Kräftepaar

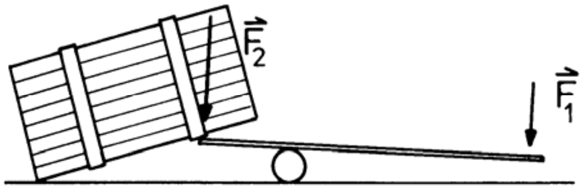


- Drehbewegung kann auch **ohne festen Drehpunkt** durch ein angreifendes Kräftepaar erfolgen (Abstand r)
- Kräfte dürfen nicht auf einer Linie liegen
- Körper **dreht sich** um Achse, die auf **Verbindungslinie** liegt

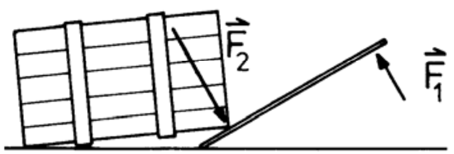
- Beispiel: $M = M_1 + M_2 = r_1 F + (-r_2)(-F) = (r_1 + r_2)F = rF$

Das Hebelgesetz

- am Hebel greifen **2 Drehmomente** an



zweiarmiger Hebel



einarmiger Hebel

- **Gleichgewicht** am Hebel, wenn sich die angreifenden **Drehmomente aufheben**

$$\left|\vec{M}_1\right| = F_1 r_1 \sin\varphi_1 \qquad \left|\vec{M}_2\right| = F_2 r_2 \sin\varphi_2$$

$$\Rightarrow \quad \text{Hebelgesetz:} \quad \boxed{F_1 r_1 \sin\varphi_1 = F_2 r_2 \sin\varphi_2}$$

$$\text{für } \varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ \qquad \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

Übungsaufgabe zum Hebel

66. Wieviel wiegt der auf Bild 33 angegebene Balken, wenn er durch die am Ende angebrachte Last von 750 N in der Schwebe bleibt?

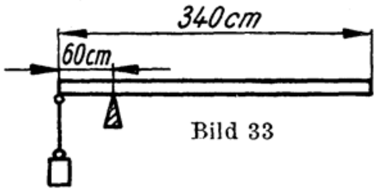
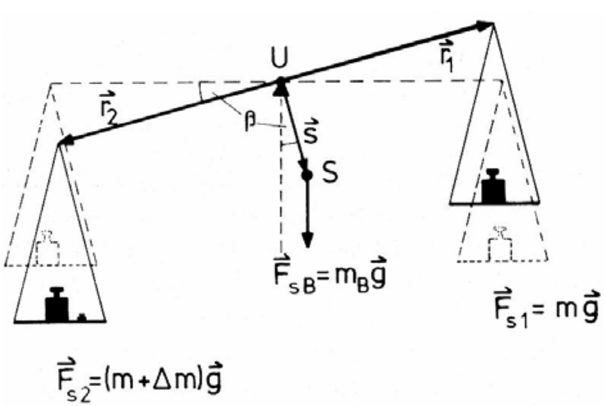


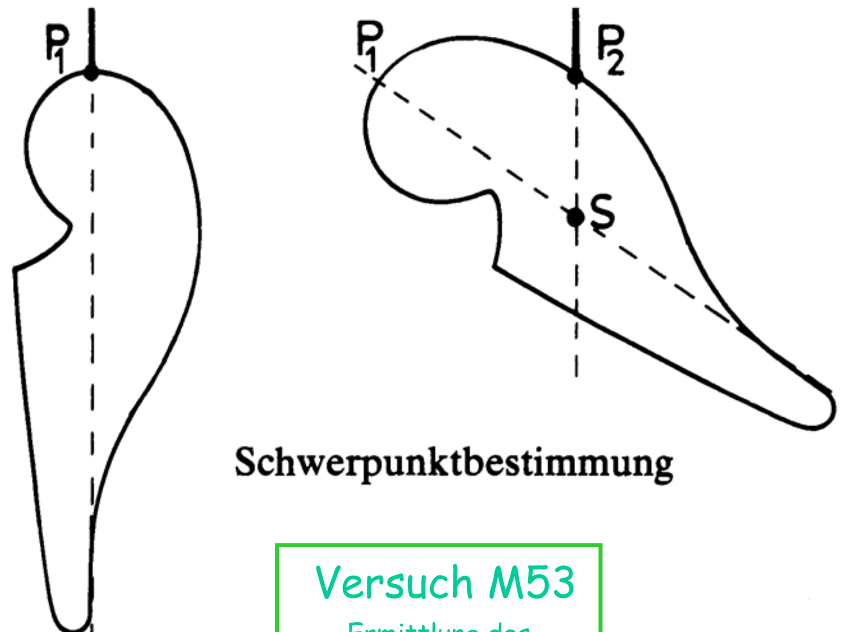
Bild 33

Tipp: Gewichtskraft greift im Schwerpunkt an, d.h. in der Mitte des Balkens

Der Schwerpunkt

- beim **starren Körper** gibt es einen Punkt, bei dem angreifende Kräfte nicht zum Drehmoment führen, sondern nur zur Translation: **Schwerpunkt** oder **Massenmittelpunkt**
- hier gelten Gleichungen für **Massenpunkt**: greift Kraft im Schwerpunkt an, erfolgt nur eine **Translation**, sonst auch gleichzeitig Rotation
- experimentell einfach zu bestimmen:
  - Körper wird frei aufgehangen, dann liegt P_1 über Schwerpunkt
  - zweiter Aufhängepunkt liefert P_2
  - beide Geraden schneiden sich im Schwerpunkt
- **Selbststudium**: Balkenwaage





Schwerpunktbestimmung

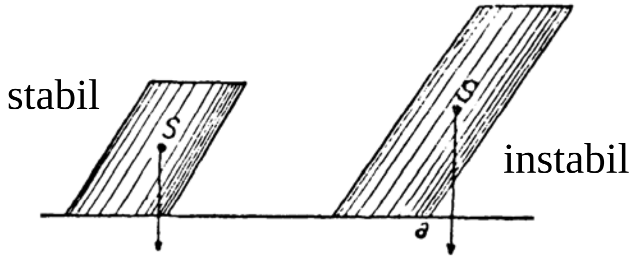
Versuch M53

Ermittlung des Schwerpunktes

Das Gleichgewicht

- ein starrer Körper ist im **Gleichgewicht**, wenn **Summe aller Kräfte** und **Summe aller Drehmomente** gleich Null ist
- **stabiles Gleichgewicht**: kleine Auslenkungen aus der Ruhelage → Rückkehr in Ruhelage
- **labiles Gleichgewicht**: kleine Auslenkungen werden verstärkt → System kehrt nicht in Ruhelage zurück
- **indifferentes Gleichgewicht**: keine Reaktion als Folge der Auslenkung

Indifferentes (a), stabiles (b) und labiles (c) Gleichgewicht einer Kugel



Standfestigkeit eines schiefen Zylinders

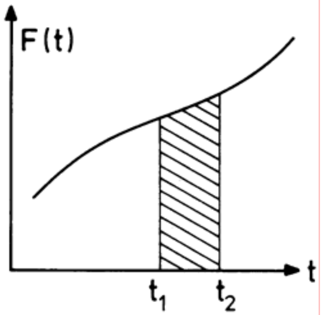
- Kriterium für **Standfestigkeit**: Schwerpunkt bleibt über Auflagefläche, sonst wirksames Drehmoment → Körper kippt um

2.2.4 Impuls und Drehimpuls

- wirkt eine Kraft nur **kurze Zeit**, wird Bewegungszustand einer Masse geändert
- dieser „**Kraftstoß**“ heißt **Impuls** (Variable: $\vec{p}$)

$$\mathrm{d}\vec{p} = \vec{F}(t)\,\mathrm{d}t$$

- ändert sich Kraft über Zeitintervall der Einwirkung:



$$\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,\mathrm{d}t = m\int_{t_1}^{t_2} \vec{a}\,\mathrm{d}t = m\int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = m\int_{v_1}^{v_2} \mathrm{d}\vec{v}$$

$$\boxed{\vec{p} = m\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}$$

- Impuls bewirkt Änderung von $\vec{v}$ (falls Masse = const.)

- **Gesamtimpuls** einer Masse

  Einheit: kgms^{-1} = Ns

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

- analog folgt für **Drehimpuls**

  Einheit ist: Nms

$$\boxed{\vec{L} = J\,\vec{\omega}}$$

- Drehimpuls bewirkt Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$
- J ... Trägheitsmoment

Vergleich Translation ⇔ Rotation

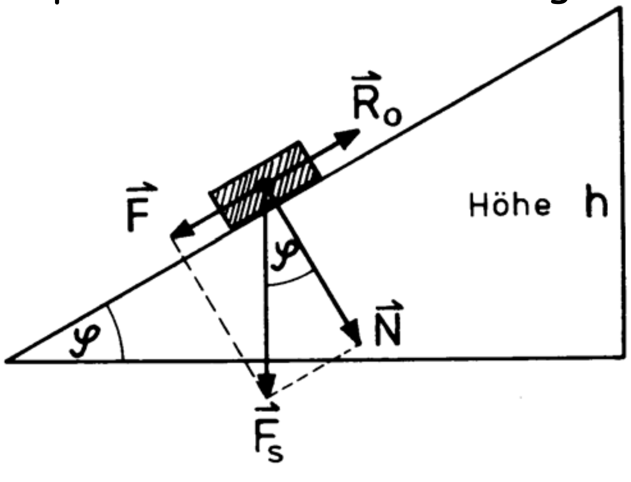
Geradlinige Bewegung (Translation)	Kreisbewegung (Rotation)
Weg $\vec{s}$ (m)	Winkel $\vec{\varphi}$ (rad)
Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ (ms^{-1})	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ (rad s^{-1})
Beschleunigung $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$ (ms^{-2})	Winkelbeschleunigung $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ (rad s^{-2})
Masse m (kg)	Trägheitsmoment $J = \int r^2 \, dm$ (kg m^2)
Impuls $\vec{p} = m\,\vec{v}$ (N s)	Drehimpuls $\vec{L} = J\,\vec{\omega}$ (N m s)
Kraft $\vec{F} = m\,\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ (N)	Drehmoment $\vec{M} = J\,\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ (N m)

2.2.5 Die Reibung

- im **Experiment**: scheinbare **Abweichungen** von Newtonschen Axiomen (freier Fall in Luft: Feder und Stahlkugel)
- **„kräftefreier"** Körper verringert in der Regel seine Geschwindigkeit
- offensichtlich wirkt zusätzliche Kraft: **Reibungskraft**
- Ursache **Adhäsion** (Anziehung von Molekülen in unterschiedlichen Oberflächen) & „verhaken" von **Rauhigkeiten in Oberflächen** (Wissenschaftszweig: **Tribologie**)
- man unterscheidet
  - Reibung zwischen ruhenden Körpern (**Haftreibung**)
  - Reibung zwischen bewegten Körpern (**Gleitreibung**, Reibung in Flüssigkeiten und Gasen)
  - Reibung beim Abrollen (**Rollreibung**) – ist meist Spezialfall der Haftreibung
- Haftreibung: **Normalkraft** $\vec{N}$ ist verantwortlich
- Bewegung erst dann, wenn $\vec{F}$ größer als Haft-reibungskraft R_0 wird:

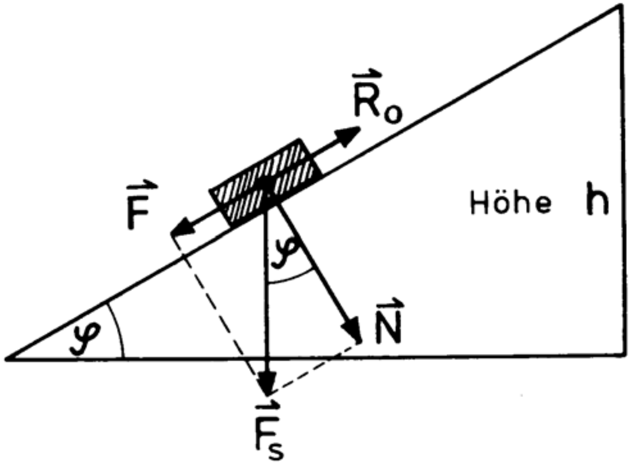
$$\left|\vec{R}_0\right| = \mu_0 \left|\vec{N}\right|$$

μ_0 ist Haftreibungszahl



- Grenzfall wenn Bewegung einsetzt:

$$\left|\vec{R}_0\right| = \left|-\vec{F}\right| \Rightarrow \mu_0 F_s \cos\varphi = F_s \sin\varphi$$



$$\boxed{\mu_0 = \tan\varphi_0}$$

μ_0 ist **Haftreibungszahl**

φ_0 ist **Haftreibungswinkel**

- wenn Körper sich bewegt: **Gleitreibungskraft** $\vec{R}_G$
- ist entgegengesetzt gleich groß der Kraft, die konstante Geschwindigkeit einstellt

$$\left|\vec{R}_G\right| = \mu \left|\vec{N}\right|$$

μ ist **Gleitreibungszahl**

- μ wird deutlich verringert durch Schmiermittel
- außerdem: $\mu < \mu_0$
- Beispiel: Auto bremst schlechter, wenn Räder blockieren

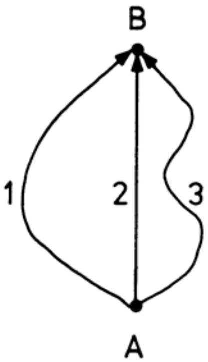
Versuch M116

Gleit-/Haftreibung

Selbststudium: Rollreibung, Reibung in Flüssigkeiten und Gasen

3. Arbeit, Energie, Leistung

- **verrichtete Arbeit** ist: $\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{s},}$ für $\vec{F} = \text{const. entlang des Weges}$
- allgemein: $\boxed{W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \, \mathrm{d}\vec{s}}$ Einheit: Nm (auch eV) $\boxed{1\ \text{Nm} = 1\ \text{Ws} = 1\ \text{J}}$
- Beispiel: **Hubarbeit** senkrecht zur Erdoberfläche: $\boxed{W = m\,g\,h}$
- gilt so nicht, wenn g sich ändert, d.h. wenn ich mich von Erde entferne
- Halten eines schweren Gegenstandes ist keine Arbeit im physikalischen Sinn, auch ein horizontaler (reibungsfreier) Transport nicht



- Arbeit ist auf allen 3 Wegen gleich

Übungsaufgaben Arbeit

292. Um eine Schraubenfeder um 15 cm auszudehnen, ist die Arbeit 0,825 Nm aufzuwenden. Wie groß ist die Endkraft F_2, wenn die anfängliche Kraft $F_1 = 1$ N beträgt?

293. Welche Arbeit ist nötig, um 10 auf der Erde liegende Ziegelsteine von je 6,5 cm Höhe und 3,5 kg Masse aufeinanderzuschichten?

Energieformen: potenzielle und kinetische Energie

- **potenzielle Energie**: Körper wird in die Lage versetzt, Arbeit zu verrichten
- Bsp.: Körper heben, Feder spannen
- **potenzielle Energie** ist betragsmäßig **gleich verrichteter Arbeit** um energiereichen Zustand herzustellen (Einheit: Nm):

$$E_{pot} = m\,\vec{g}\,\vec{h}$$

- Bsp.: Energie einer gespannten Feder:

$$F = -k\,x, \quad k \text{ ... Federkonstante}$$

$$E_{pot} = \int \vec{F} d\vec{s} = \int_{x_0}^{x_1} -kx\,\mathrm{d}\,x = -k\left(\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{x_0}^{x_1} = \boxed{-\frac{k}{2}(x_1^2 - x_0^2)}$$

- beschleunigen wir einen Körper verleihen wir ihm **kinetische Energie** (Bewegungsenergie): Körper wird ebenfalls in die Lage versetzt, Arbeit zu verrichten

Beispiel: Freier Fall

- Bsp.: freier Fall, d.h. **Beschleunigungsarbeit = kinetische Energie**

$$E_{kin} = \vec{F} \cdot \vec{s} = m \cdot \vec{a} \cdot \vec{s} = m\vec{a}\frac{\vec{a}}{2}t^2 \quad \text{mit} \quad \vec{s} = \frac{\vec{a}}{2}t^2 \text{ für glm. beschl. Bew.}$$

$$E_{kin} = \frac{m}{2}a^2t^2 \quad \text{mit } \vec{v} = \vec{a}t$$

$$\boxed{E_{kin} = \frac{m}{2}v^2}$$

- Analog für Drehbewegung: $E_{kin} = \frac{J}{2}\omega^2$

Leistung und Wirkungsgrad

- Leistung ist **Arbeit pro Zeit**, allgemein: $P = \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$ mit Einheit: kg m^{2}s^{-3} $= \dfrac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$
- bei **konstanter** Leistung ist Arbeit $\boxed{W = P\,t}$
- Beispiele für Leistungen:

Kraftwerk	ca. 1000 MW (Megawatt)
Motoren	Flugzeug ca. 10 MW; PKW ca. 100 kW
Mensch	normale Wärmeabgabe ca. 100W ; kurzzeitig bis 1000 W (120 Studenten = 6 Heizlüfter)
Pferd	735 W (= 1PS) als Dauerleistung
Glühlampe	ca. 10 – 300 W (im Haushalt)

- Energieverluste sind praktisch unvermeidlich (Reibung, elektrischer Widerstand von Leitungen)
- Wirkungsgrad: $$\boxed{\eta = \frac{P_{nützlich}}{P_{gesamt}}}$$

4. Erhaltungssätze
4.1 Energieerhaltungssatz

- viele Naturgesetze können als **Erhaltungssätze** formuliert werden
- allgemeine Form: In einem **abgeschlossenen System** mit **N Teilchen** bleibt die **Größe X** zeitlich konstant, obwohl Verlagerungen im System möglich sind:

$$X = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

- Beispiele für X: **Masse, Energie, Impuls, Drehimpuls**
- **Energieerhaltungssatz**: Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden, sie kann nur in verschiedene Formen umgewandelt werden; in einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien konstant

Beispiel 1: freier Fall

- **potenzielle Energie** verringert sich mit Höhe, **kinetische Energie** erhöht sich mit zunehmender Geschwindigkeit: E_{pot} am Anfang ist gleich E_{kin} am Ende

$$E_{pot} = E_{kin}$$

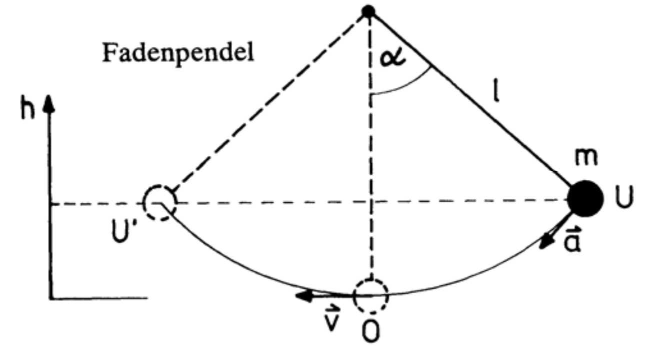
$$mg(h_2 - h_1) = \frac{m}{2} v^2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}}$$

- **Beispiel 2: Fadenpendel (mathematisches Pendel)**

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} = const.$$

$$\text{Umkehrpunkt}: E_{pot} = E_{ges} \quad \text{und} \quad E_{kin} = 0$$

$$\text{Nullmarke}: \quad E_{pot} = E_0 \quad \text{und} \quad E_{kin} = E_{ges}$$



- damit lässt sich die Bewegung vollständig beschreiben
- **Periode T** der Pendelschwingungen ist nur Funktion der Länge:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- **nicht abgeschlossenes System**:

$$\Delta W = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot}$$

$$\Delta W > 0: \text{dem System zugeführte Arbeit}$$

$$\Delta W < 0: \text{vom System abgeführte Arbeit}$$

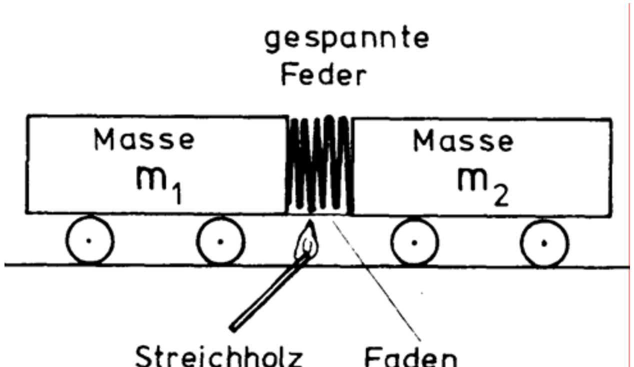
Versuch M47
verkürztes Pendel

4.2 Impulserhaltungssatz

- auch der **Gesamtimpuls** eines Systems ist **Erhaltungsgröße**
- Beispiel: Versuch mit zwei Wagen auf Schiene

$$\vec{p}_{ges} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0 \quad \text{bei gleichen Massen gilt}:$$

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$$



- allgemein:

$$\boxed{\vec{p}_{ges} = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = const.}$$

Versuch M48
Aktion = Reaktion

4.3 Der elastische Stoß

- ist Anwendungsbeispiel für **Energie- und Impulserhaltung**
- zwei Kugeln treffen aufeinander ohne zusätzliche äußere Kräfte (abgeschlossenes System)
- es soll **keine Verformungs-** und **Reibungsarbeit** geleistet werden (**voll elastischer Stoß**)

Versuch M46

Kugeln auf Stahl und Messing

- Vereinfachung: zentraler Stoß, d.h. Kugeln begegnen sich auf einer Achse
- (Gesamt-)Energie- und Impuls müssen beim Stoß erhalten bleiben

Impulssatz: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$

Energiesatz: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

v ... Geschwindigkeiten vor Stoß

u ... Geschwindigkeiten nach Stoß

- Einsetzen und Umformen Geschwindigkeiten nach Stoß:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Selbststudium:

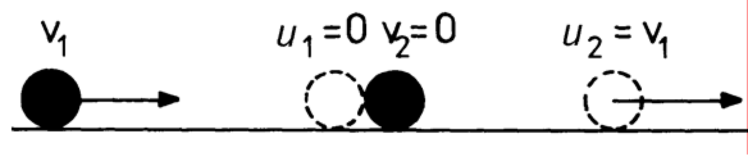
Formeln herleiten!

Übungsaufgaben elast. Stoß

402. Ein Straßenbahnwagen von 4,5 t Masse fährt mit $u_1 = 2$ m/s gegen einen ruhenden Wagen von 2,5 t Masse, wobei die Kupplung sofort einklinkt. Mit welcher gemeinsamen Geschwindigkeit fahren die Wagen weiter?

403. Ein Güterwagen *1* der Masse m_1 stößt elastisch gegen den ruhenden Wagen *2* der Masse $m_2 = 14$ t, worauf Wagen *2* mit der Geschwindigkeit $v_2 = 2$ m/s und Wagen *1* mit $v_1 = 0{,}2$ m/s davonlaufen. Welche Masse m_2 hat Wagen *1*, und wie groß ist seine Anfangsgeschwindigkeit u_1?

- **Sonderfall 1**: $m_1 = m_2$ und $v_2 = 0$



- **Sonderfall 2**: $m_1 = m_2$ und $v_1 = -v_2$

nach Stoß sind Geschwindigkeiten gerade vertauscht (Betrag ist gleich, Richtung kehrt sich um)

Versuch M128
elastischer Stoß: 6 Kugeln

- **Sonderfall 3**: $m_1 \ll m_2$ und $v_2 = 0$

$$u_1 \approx -v_1 \quad \text{und} \quad u_2 \approx 2v_1 \frac{m_1}{m_2}$$

Selbststudium: Formeln herleiten!

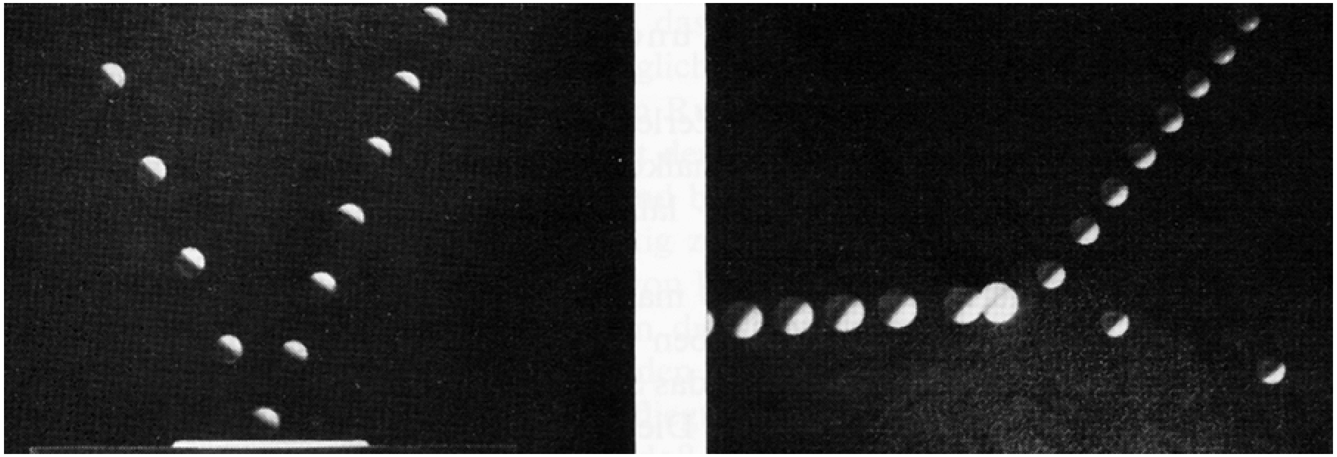
leichtes Teilchen kann nur **wenig Energie** an schweres übertragen: $\Delta E = 2v_1^2 \left(\frac{m_1^2}{m_2} \right)$

Bsp: Tennisball (100g) wird mit 100km/h gegen Auto geschleudert (1000kg)

$$\Delta E = 2v_1^2 \left(\frac{m_1^2}{m_2} \right) = \frac{2 \cdot 27{,}7^2 \cdot 0{,}1^2}{1000} \frac{\mathrm{m}^2\mathrm{kg}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{kg}} = \underline{\underline{0{,}0153\ \mathrm{Nm}}} \qquad \left(E_{\text{ges}}^{\text{Ball}} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{0.1 \cdot 27{,}7^2}{2} \frac{\mathrm{Kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2} = 38.4\ \mathrm{Nm} \right)$$

- Energieübertrag entspricht 0,04 % der kinetischen Energie
- entspricht Hubarbeit desselben Balles um 16 mm !
- deshalb werden Neutronen nicht mit Blei abgeschirmt, sondern mit leichten Elementen, z.B. Paraffin

- im allgemeinen erfolgt der Stoß unter bestimmten Winkeln (nicht zentral) und nicht völlig elastisch
- bei Stoß an ruhender Ebene gilt **Reflektionsgesetz**: **Eintritts- gleich Austrittswinkel**



kleine Kugel (von rechts unten kommend) stößt größere, die sich zunächst in Ruhe befindet

4.4 Der Drehimpuls-Erhaltungssatz

- analog zum Impulserhaltungssatz der gradlinigen Bewegung
- wenn **keine äußeren Drehmomente** einwirken, bleibt **Gesamtdrehimpuls** $\vec{L}$ des Systems **konstant**
- Versuch mit Drehschemel: $\vec{L} = J\vec{\omega} = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \vec{\omega}_i$

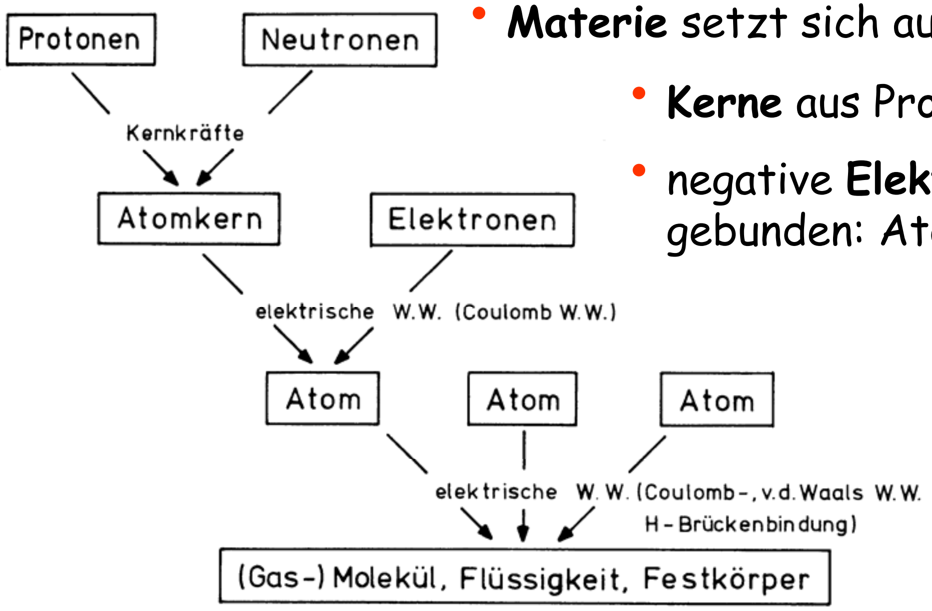
für System von N Massenpunkten

Drehschemel

- wenn **Radius** des Systems sich **verkleinert**, muss sich **Winkelgeschwindigkeit** (Drehzahl) **erhöhen**
- Pirouette bei Eiskunstläufern, Salto
- Stabilität eines Radfahrers, Frisbee
- wichtige Beispiele: Planetenbewegung und Erdrotation

Versuch M111	Versuch M60	Versuch M61
drehendes Rad (Kreisel am Faden)	Modell: Pirouette	Drehschemel

5. Mechanische Eigenschaften von Stoffen



- **Materie** setzt sich aus **elementaren Bausteinen** zusammen
  - **Kerne** aus Protonen und Neutronen; ca. 10^{-15} m; starke WW
  - negative **Elektronen** im elektrischen Feld des Kerns gebunden: Atomdurchmesser ca. 10^{-10} m (0.1 nm = 1 Å)
- Elektronen bewegen sich in Bahnen (Orbitale)
- s-Orbitale: kugelförmig
  p-Orbitale: keulenförmig

5.1 Wechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen

5.1.1 Arten der chemischen Bindung

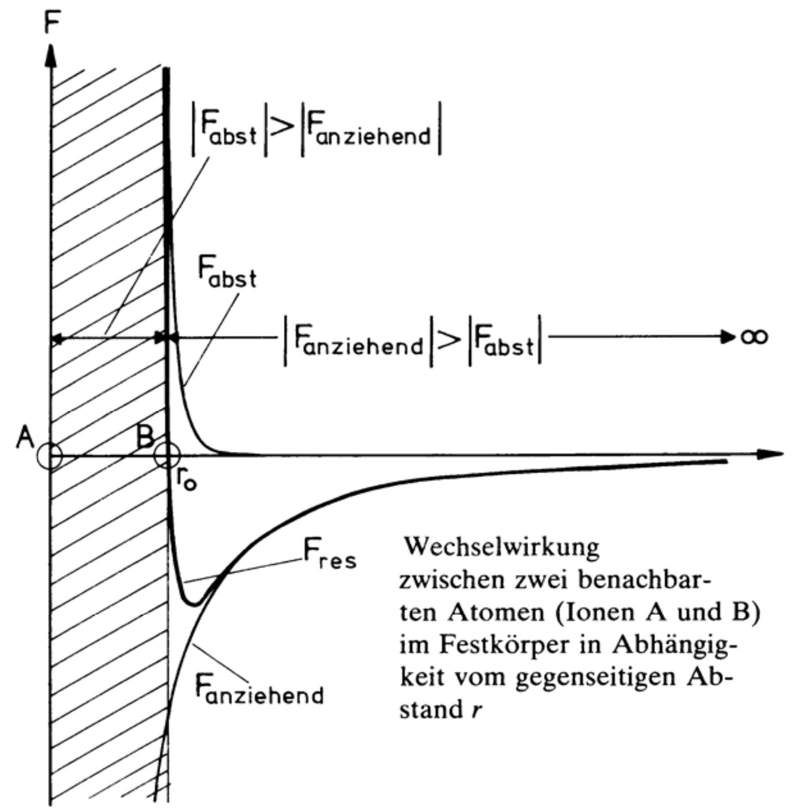
- **kovalente (homöopolare) Bindung**: wechselseitige Anziehung und Abstoßung der beteiligten Atomkerne und Elektronen infolge von Coulombkräften (s. Kap. 14) führt zur Ausbildung einer stabilen Bindung von Molekülen oder eines Festkörpers (Beispiele: O_2, N_2, Diamant)
- **Ionische (heteropolare) Bindung**: ein Partner gibt ein oder mehrere Elektronen ab elektrische Anziehung zwischen Ionen; z.B. NaCl ist gebunden als Na^+Cl^-

5.1.2 Molekulares Bild der Aggregatzustände

- **Gase: keine geordnete Struktur** zwischen Gasatomen bzw. Molekülen; befinden sich in thermischer, unregelmäßiger Bewegung; Summe der **Bewegungsenergien** entspricht der **Temperatur** (vgl. Kap. 8.1); ideales Gas hat nur elastische WW zwischen Molekülen
- mittlere **kinetische Energie** der Atome oder Moleküle >> **Bindungsenergie**
- **Kondensation**, wenn Temperatur sinkt und Energien gleich werden
- **kristalline Festkörper: Bindungsenergie** > mittlere **kinetische Energie** der Atome (bzw. Moleküle)

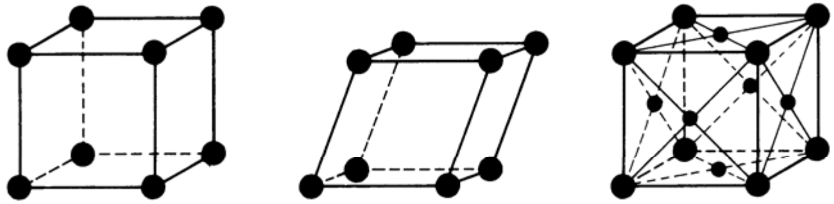
$$F_{\text{res}} = F_{\text{anziehend}} + F_{\text{abstoßend}} = -\frac{a_1}{r^2} + \frac{a_2}{r^{13}}$$

- aus großer Entfernung: anziehende Wirkung
- kleine Abstände: sehr schnell ansteigende Abstoßung der positiv geladenen Atomkerne
- **Gleichgewichtsabstand r_0** ergibt sich, wenn beide Kräfte gleich sind
- r_0 ist der **Gitterabstand** der regelmäßig angeordneten Na and Cl Atome im NaCl-Kristall
- es gibt amorphe Festkörper (keine regelmäßige Anordnung der Atome), z.B. Glas
- Polymere: amorph oder kristallin



Wechselwirkung zwischen zwei benachbarten Atomen (Ionen A und B) im Festkörper in Abhängigkeit vom gegenseitigen Abstand *r*

- es gibt unterschiedliche Kristallstrukturen
- Einkristalle: zusammenfügen vieler dieser Elementarzellen
- Polykristalle besteht aus vielen Einkristallen



z.B. NaCl

z.B. Al

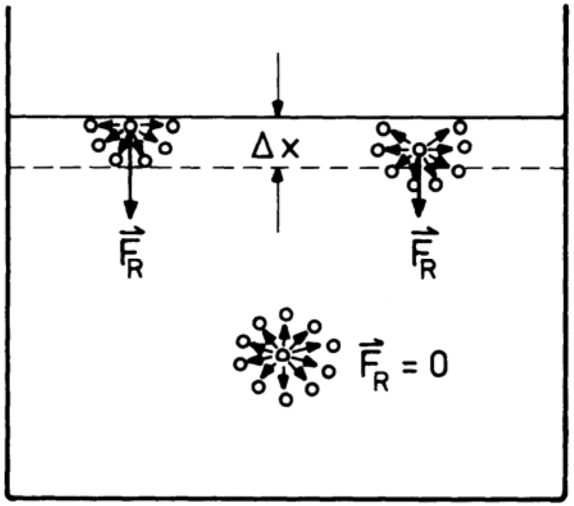
- **Thermische Bewegung und Schmelzvorgang**: Atome bewegen sich um ihre Ruhelage entsprechend ihrer Temperatur
- wenn **thermische Energie > Bindungsenergie**: Atome verlassen ihre Position; der Festkörper schmilzt (Schmelzpunkt; manchmal Schmelzbereich z.B. Glas)
- **Flüssigkeiten: Atome** bzw. Moleküle sind gegeneinander **verschiebbar**, haben aber eine **Nahordnung** (keine Fernordnung)
- Dichte zu Festkörpern vergleichbar (im Gegensatz zu Gasen)

Beispiel:

	Luft	Wasser	Aluminium	Stahl
Dichte (kg/m^3)	1,3	1000	2700	7900

- es ist Energie nötig, um Atome noch weiter voneinander zu Entfernen
- weiterer **Phasenübergang**: flüssig ⇔ gasförmig (vgl. Kap 13.3)

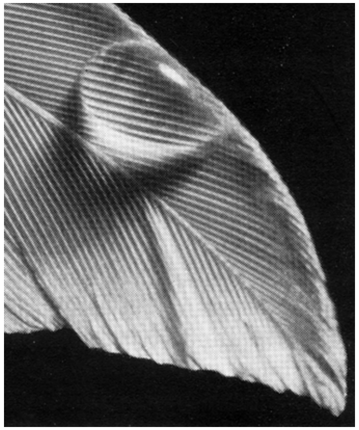
5.1.3 Grenzflächen



freie Oberfläche einer Flüssigkeit

- im Inneren der Flüssigkeit heben sich Bindungskräfte auf, an Oberfläche ($\Delta x \approx 1$ nm) wirkt resultierende Kraft nach innen
- es bildet sich geringste Oberfläche aus: runder Tropfen

Versuch M161 Rahmen mit Schlinge



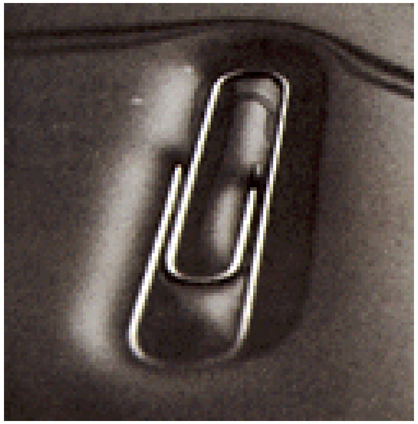
- um OF zu vergrößern, muss Arbeit ΔW verrichtet werden
- auf Fläche normiert: **spezifische Oberflächenenergie** ε

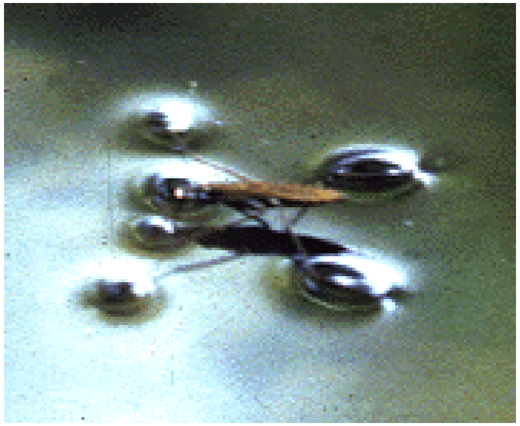
$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A} \qquad \mathrm{Einheit: Jm^{-2}}$$

für Wasser: $7{,}3 \times 10^{-2}$ J/m^2

Versuch M155 schwimmende Nadel

- gleichbedeutend: **Oberflächenspannung** σ ; d.h. wenn Körper in Flüssigkeit eindringen soll, muss **OF vergrößert** werden (benötigt Energie); s. Kap. 5.3
- einige Insekten können auf OF laufen; die Büroklammer „schwimmt"
- Tenside verringern OF-Spannung, Kochsalz erhöht die OF-Spannung



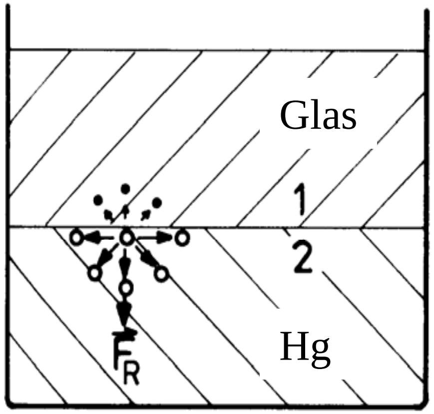


Grenzfläche zwischen verschiedenen Stoffen

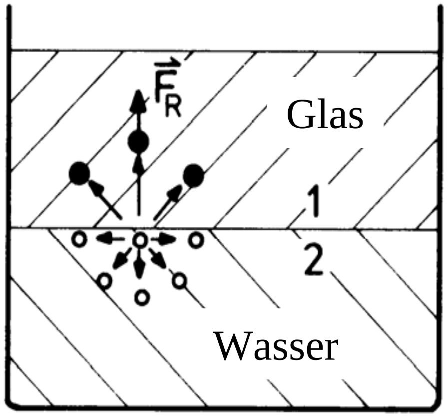
- Betrachtung der Atom in der Grenzschicht: Kräfte ins Innere des Stoffes, dem Teilchen angehört: **Kohäsion**; Kräfte zum anderen Stoff: **Adhäsion**

- Beispiel für **Kohäsion**: zwei Glasplatten
- Beispiel für **Adhäsion**: Kleben, Streichen
- **Benetzung**: Flüssigkeit haftet an Oberfläche eines Festkörpers, wenn Adhäsion größer ist, als Kohäsion in der Flüssigkeit

Versuch Quecksilber/Glas



Kohäsion überwiegt Adhäsion



Adhäsion überwiegt Kohäsion

- Bsp: Hg benetzt Cu, aber nicht Glas oder Eisen
- **Adsorption**: feste Körper binden an ihrer Oberfläche monomolekulare Gasschicht
- poröse Stoffe haben sehr große OF und können große Gasmengen binden: Prinzip der **Sorptionspumpe**; Aktivkohle bindet sehr viele Gase, nicht CO

5.2 Mechanische Eigenschaften von Festkörpern

Homogene Körper

- Körper ist **homogen**, wenn Dichte und chemische Zusammensetzung über gesamtes Volumen gleich ist
- Massendichte: $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$ $\quad \text{Einheit: kg m}^{-3}$

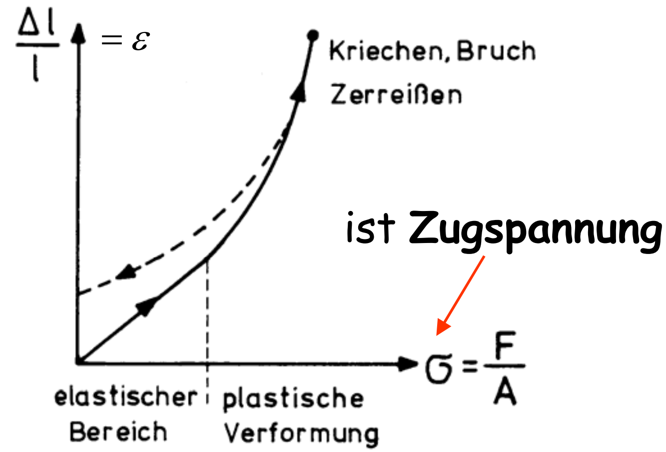
Verformung von festen Körpern durch äußere Kräfte

- Dehnung im elastischen Teil zunächst linear:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{A} \quad \text{oder} \quad \varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

ist **Hookesches** Gesetz

- E ... Elastizitätsmodul
- **relative Längenänderung** $\Delta l/l$ eines Drahtes ist direkt proportional zur Kraft und umgekehrt zur Fläche



Spannungs-(σ)-Dehnungs-($\Delta l/l$)-Kurve

Versuch M121 deformierter Draht

- relative Volumenänderung wird zum größten Teil durch **Querkontraktion** rückgängig gemacht
- man kann Probe auch elastisch zusammendrücken (für kleine ε)

Kompression fester Körper

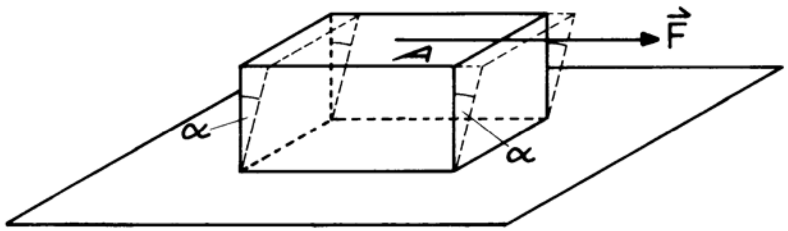
- **relative Volumenänderung** unter allseitig wirkendem Druck

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K}\frac{F}{A} = -\frac{1}{K}p = -\kappa\, p$$

K Kompressionsmodul
κ Kompressibilität

- negatives Vorzeichen: Erhöhung des Druckes bewirkt Verkleinerung des Volumens

Scherung, Torsion



Torsion eines Festkörpers

- Körper an Unterseite befestigt: Kraft bewirkt Drehung der Seitenflächen

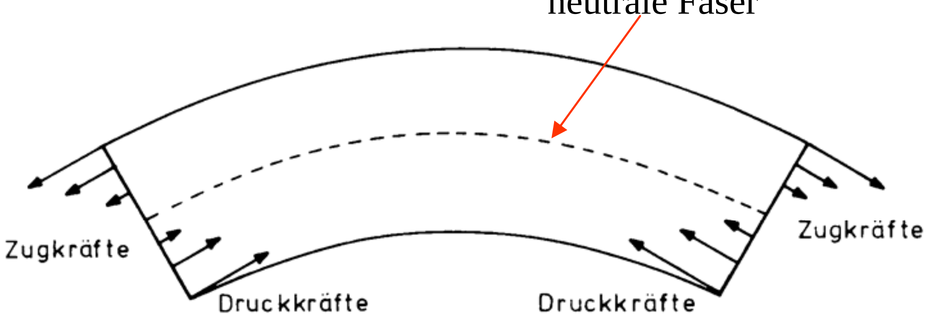
$$\alpha = \frac{1}{G}\frac{F}{A} = \frac{\sigma_S}{G}$$

σ_s Schubspannung
G Schub- oder Torsionsmodul

- **Torsion**: Verdrehung um Längsachse eines Stabes, Fadens oder Drahtes

Biegung eines Balkens

- in der Mitte: neutrale Faser, sonst Kompression bzw. Dehnung des Materials



Biegung eines Balkens

5.3 Mechanische Eigenschaften von Flüssigkeiten
5.3.1 Hydrostatik (ruhende Flüssigkeiten)

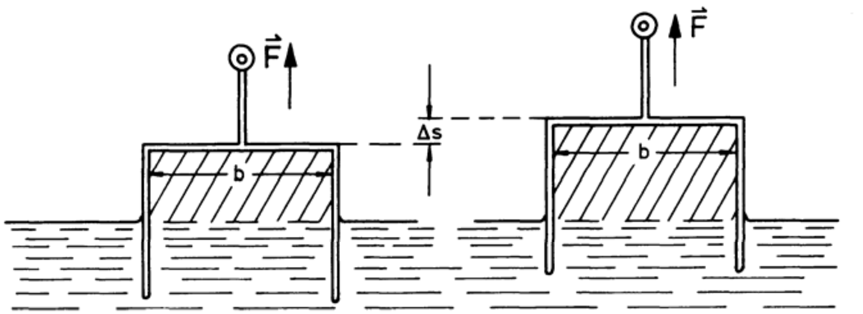
Oberflächenspannung bzw. spez. Oberflächen-Energie

- **OF-Spannung** lässt sich mit **Flüssigkeitslamellen** messen

- um Lamelle um Δs aus Flüssigkeit zu ziehen, verrichtet **Kraft F** eine **Arbeit** Δ**W**

$$\Delta W = 2\,\varepsilon\, b\,\Delta s = F\Delta s \Rightarrow \varepsilon = \frac{F}{2b}$$

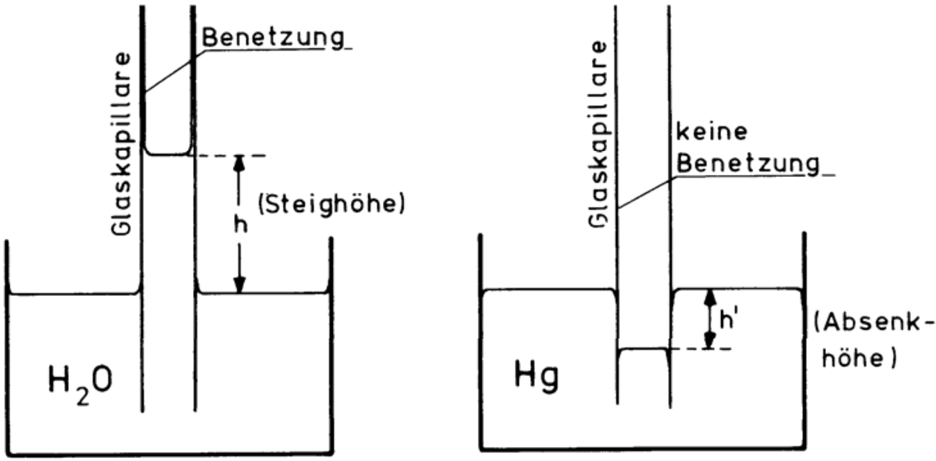
- ε ist **spezifische OF-Energie** oder auch **OF-Spannung** (Einheit ist N/m oder J/m^2)



Bügelmethode zur Messung von Oberflächenenergie und Oberflächenspannung

Kapillarität

- sauberes **Glas** wird durch **Wasser benetzt**, d.h. **Adhäsionskräfte > Kohäsionskräfte**
- Haar-Röhrchen mit Radius r < 0,3 mm: Flüssigkeitssäule steigt sehr hoch
- heißt **Kapillar-Attraktion**
- falls keine Benetzung: **Kapillar-Depression**



Kapillarattraktion

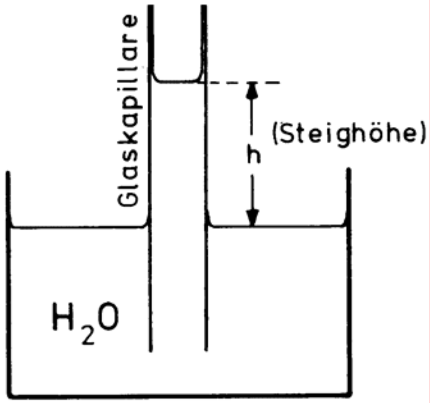
Kapillardepression

- **Flüssigkeit steigt** soweit, bis aufzuwendende **potenzielle Energie** (Hubarbeit) gleich freiwerdender **Oberflächen-Energie** ist:

Masse der Flüssigkeitssäule $$m = V\rho_{fl} = r^2\pi\, h\rho_{fl}$$

aufzuwendende pot. Energie $$E_{pot} = mgh = r^2\pi \;\; h\rho_{fl}\; g\, h$$

$$\varepsilon\, 2\pi\; r\, h = r^2\pi\; h\, \rho_{fl}\;\; g\;\; h \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{2\varepsilon}{rg\rho_{fl}}}$$



- **Steighöhe** der Flüssigkeit ist **proportional zur OF-Spannung** ε und **umgekehrt proportional zum Kapillarradius** r
- Bsp: Wasser steigt in sauberem Glasrohr: r = 1 cm h = 3 mm

  r = 0.1 cm h = 30 mm
- Bsp: Wasserversorgung von Pflanzen teilweise so zu erklären (r = 10 ... 50 µm; zusätzlich Tracheen)

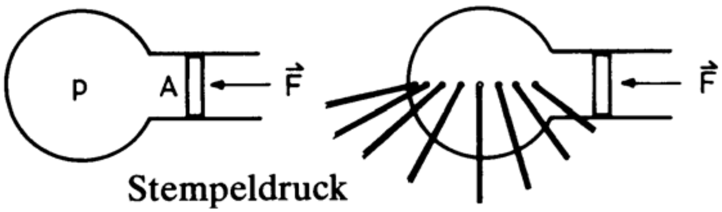
Versuch M167 Kapillare Steighöhe

- Durch die Abgabe von Wasserdampf durch die vielen Schließzellen in den Blättern, entsteht ein Sog (**Unterdruck**), der fähig ist, dass Wasser in den Leitbündeln "hochzuziehen". Dieser Sog wird Transpirationssog genannt und ist rein physikalisch (keine chemische Vorgänge). Durch ihn wird beim Wassertransport die meiste "Arbeit" verrichtet.
- Anders dagegen wirkt der Wurzeldruck. Er beruht auf **chemischen Vorgängen** (ATP) und ist daher ein **aktiver Transport**. (Ionen und Wasser werden durch die Endodermiszelle in den Zentralzylinder transportiert) Der Wurzeldruck verrichtet auch noch einen Großteil der "Arbeit" des Wassertransportes, dies aber in wesentlich geringerer Menge als der Transpirationssog.
- Die **Kapillarkraft** in den engen Leitbündeln verstärkt die Wirkung des Transpirationssoges.
- Durch diese **drei Prozesse** ist es dem Baum möglich, Wasser von der Wurzel in eine Höhe von vielen Metern zu bringen und auch dort noch die Blätter mit einer ausreichenden Menge von Wasser zu versorgen.

Druck in Flüssigkeiten

- typische Eigenschaft von Flüssigkeiten: **geringe Kompressibilität** (Volumen kann kaum verringert werden)
- betrachten jetzt zur Vereinfachung Flüssigkeiten als **inkompressibel**
- wenn auf abgeschlossene Flüssigkeitsmenge über **Flächenelement A** die **Kraft F** eingeprägt wird, folgt hieraus für den ausgeübten **Druck p**:

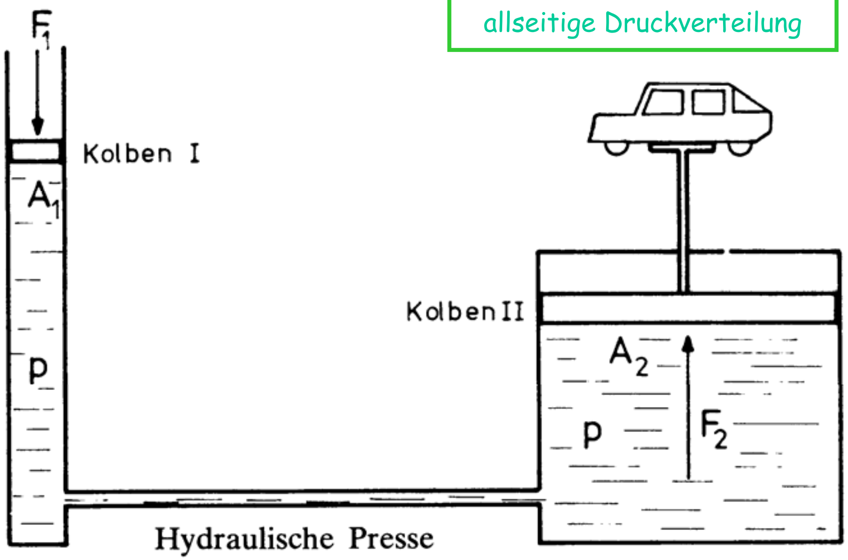
$$\boxed{p = F/A}$$



- der Druck ist überall gleich!
- breitet sich gleichmäßig in gesamter Flüssigkeit aus (auch wenn Flüssigkeitsbehälter nur durch Rohr verbunden sind)

Versuch M132
allseitige Druckverteilung

- darauf beruht **hydraulische Presse** und Bremskraftverstärker im Auto usw.

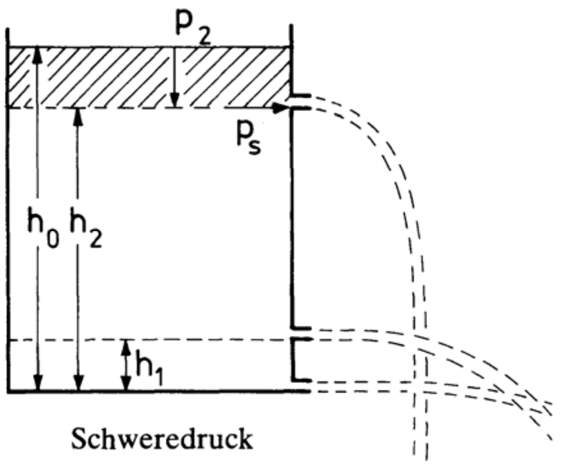


$$p = const. = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

- **verrichtete Arbeit** ist aber an beiden Kolben **gleich** (Einhaltung des Energieerhaltungssatzes)

Schweredruck

- auf Flüssigkeit wirkt **Schwerkraft**
- **Druck** nimmt mit **zunehmender Tiefe zu** (im Gegensatz zu von außen eingeprägter Kraft)



Schweredruck

- Flüssigkeit übt auf Boden Druck p_B aus

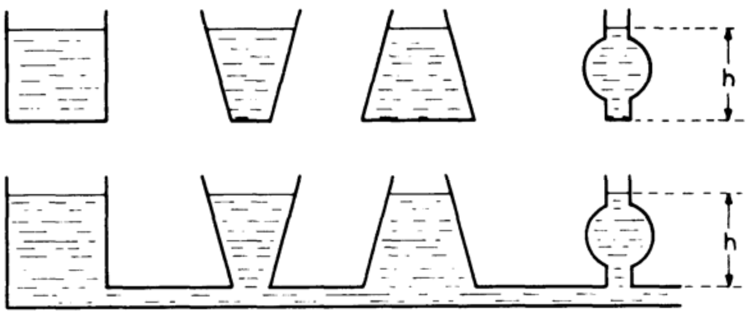
$$p_B = \frac{mg}{A} = \frac{mgh_0}{Ah_0} = \frac{mgh_0}{V} = \rho\, g\, h_0$$

h_0 Höhe der Flüssigkeit

V Volumen der Flüssigkeit

- Seitendruck ist gleich Bodendruck (in gleicher Höhe)
- es gilt allgemein in Höhe h: $\boxed{p = \rho\, g\, (h_0 - h)}$
- das gilt auch für unregelmäßig geformte Gefäße

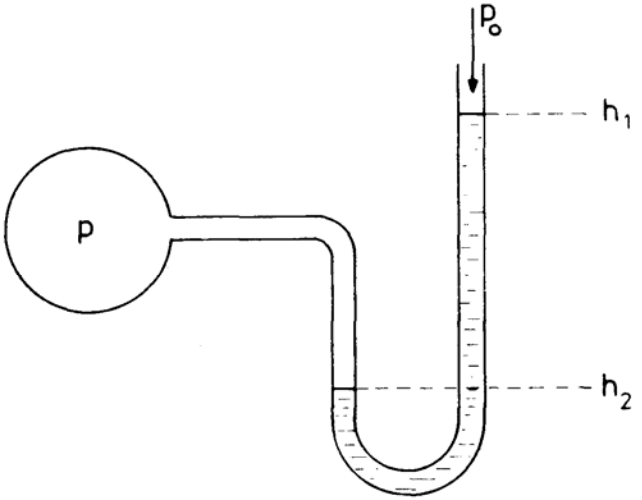
Versuch M144
kommunizierende Röhren



Hydrostatisches Paradoxon (kommunizierendes System)

kommunizierende Röhren

- **Druckmessung** von Gasen mit Flüssigkeits-manometer (U-förmiges Rohr)
- daher stammen Druckeinheiten mm Hg Säule (mmHg) oder Wassersäule (mmWS)



Flüssigkeitsmanometer ($p = \varrho\, g\, (h_1 - h_2) + p_o$)

- ***Goethe-Barometer*** oder Wetterglas bestimmt Luftdruck mittels einfacher Konstruktion

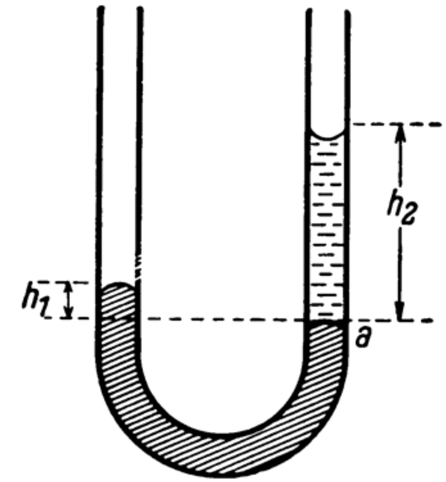
Versuch M145

Dichte Wasser und Hg

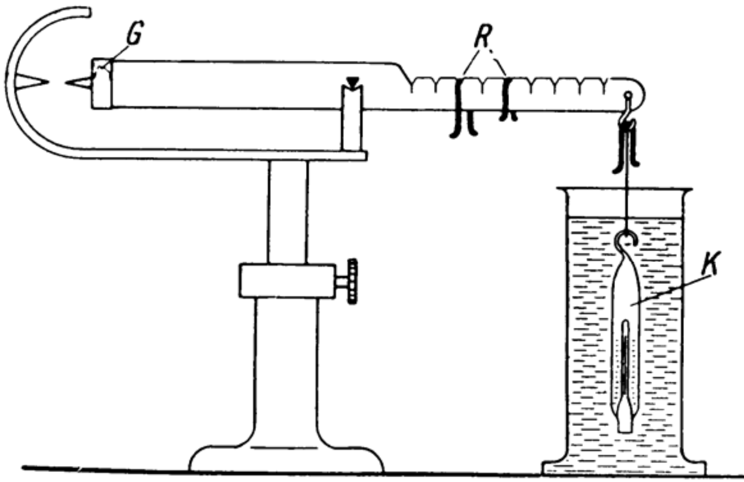
- wenn zwei Flüssigkeiten mit **unterschiedlichen Dichten** in einem U-Rohr sind: unterschiedliche Gewichtskräfte
- **unten** befindet sich Flüssigkeit mit **größerer Dichte** (wenn nicht mischbar)
- Ursache: **System nimmt geringste Gesamtenergie an**
- ist allgemeines Prinzip in Physik: **ein ungestörtes System (abgeschlossenes System) nimmt immer den Zustand geringster Energie an**
- offenbar gilt:

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g \quad \Rightarrow \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

- für Wasser und Hg gilt: $h_2 : h_1 = 13{,}6 : 1$
- ist Möglichkeit **Dichten** durch Vergleich zu **messen**
- andere Möglichkeit: Auftrieb benutzen (s. unten), denn Auftriebskraft ist gleich Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit ⇒ **Mohr-Westphalsche Waage**

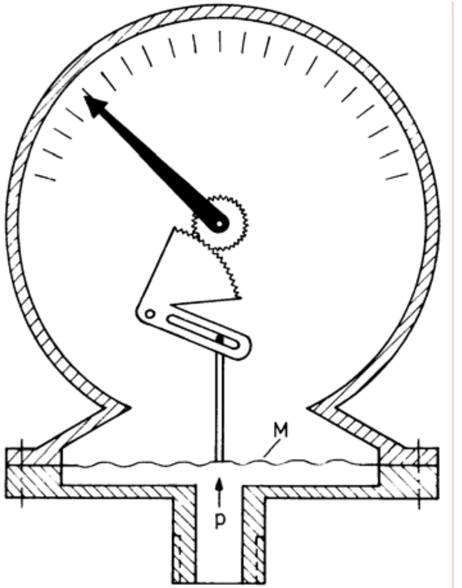


Quecksilber und Wasser in einem U-Rohr



Mohr-Westphalsche Waage

- Praktikumsversuch M2

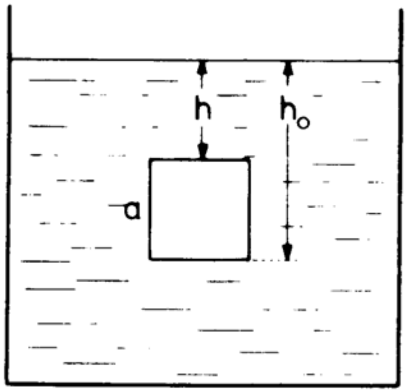


- **Membranmanometer**: zunehmender Druck bewegt Membran nach innen; über Hebel wird Zeiger bewegt

Auftrieb

- das **Archimedische Prinzip** (250 v. Chr.) besagt: Körper verliert in Flüssigkeit soviel an seiner Gewichtskraft, wie die Gewichtskraft der **verdrängten Flüssigkeitsmenge** beträgt (Gewichtkraft ≠ Masse! $F_g = m\,g$)
- **Schweredruck** an Oberfläche und Bodenfläche verschieden: resultierender Druck wirkt nach oben, bewirkt **Kraft nach oben**, macht Gegenstand leichter

$$\Delta p = p_{\text{unten}} - p_{\text{oben}} = \rho\, g\,(h_0 - h) = \rho\, g\, a$$



Auftrieb

- nach oben resultierende Kraft ist **Auftrieb**

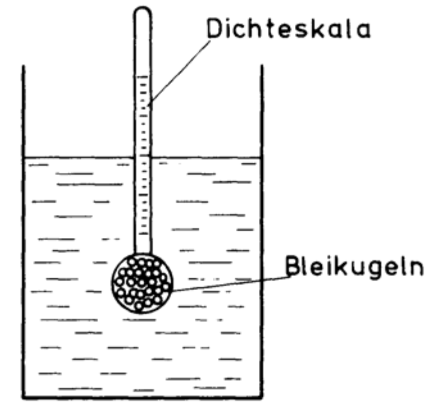
$$F_A = A\,\Delta p = \frac{V_{\text{Körper}}}{a}\,\rho\, g a = V_{\text{Körper}}\,\rho\, g = m_{\text{Flüssigkeit}}\, g$$

- Wann **schwimmt** ein Körper?

$$\text{Wenn } F_A \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} F_S \text{ dann } \begin{array}{l} \text{schwimmt} \\ \text{schwebt} \\ \text{sinkt} \end{array} \text{ der Körper und } \quad \varrho_{\text{Flüss}} \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} \varrho_{\text{Körper}}$$

- Dichtemessung mit **Aräometer** nutzt Auftrieb

Versuch M149
Cartesianischer Taucher



Aräometer

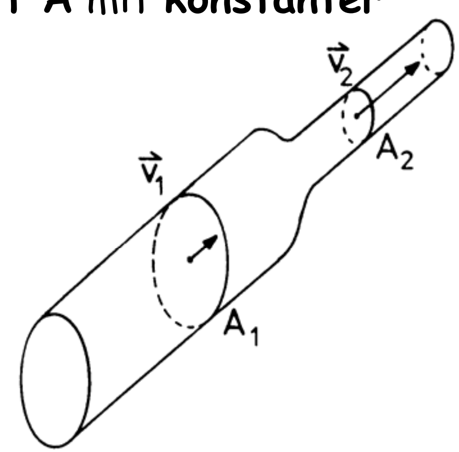
5.3.2 Hydrodynamik (bewegte Flüssigkeiten)

Versuch M153
Aräometer

Die Kontinuitätsgleichung

- **ideale Flüssigkeit**: inkompressibel und keine innere Reibung
- strömt ideale Flüssigkeit durch Rohr mit **konstantem Querschnitt A** mit **konstanter Geschwindigkeit v** so ist das eine **stationäre Strömung**
- verändert sich der Durchmesser gilt die **Kontinuitätsgleichung**

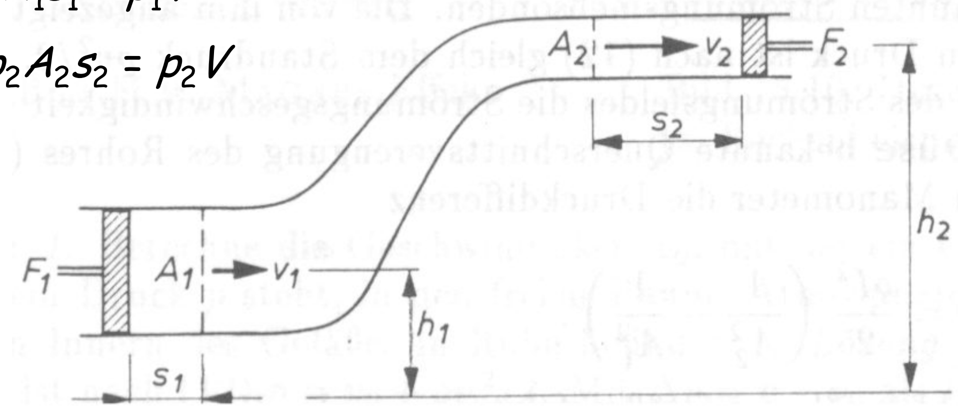
$$A_1\vec{v}_1 = A_2\vec{v}_2 = const. \quad \text{oder} \quad \frac{V}{t} = const.$$



Zur Kontinuitätsgleichung

Die Bernoullische Gleichung

- zwischen linkem und rechtem Rohrteil besteht eine **Druckdifferenz** $(p_1 - p_2)$
- **Volumenarbeit** an Kolben 1: $F_1 s_1 = p_1 A_1 s_1 = p_1 V$
- **Volumenarbeit** an Kolben 2: $F_2 s_2 = p_2 A_2 s_2 = p_2 V$



- Energieerhaltungssatz (gilt auch für Gase und Flüssigkeiten):

$$(p_1 - p_2)V = mg(h_2 - h_1) + \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad \text{Division durch Volumen und Umstellen:}$$

$$p_1 + \rho_{\text{Flüssigk.}} g h_1 + \frac{\rho_{\text{Flüssigk.}}}{2} v_1^2 = p_2 + \rho_{\text{Flüssigk.}} g h_2 + \frac{\rho_{\text{Flüssigk.}}}{2} v_2^2 = konst.$$

- bei **horizontaler** Stromröhre $(h_1 = h_2)$:

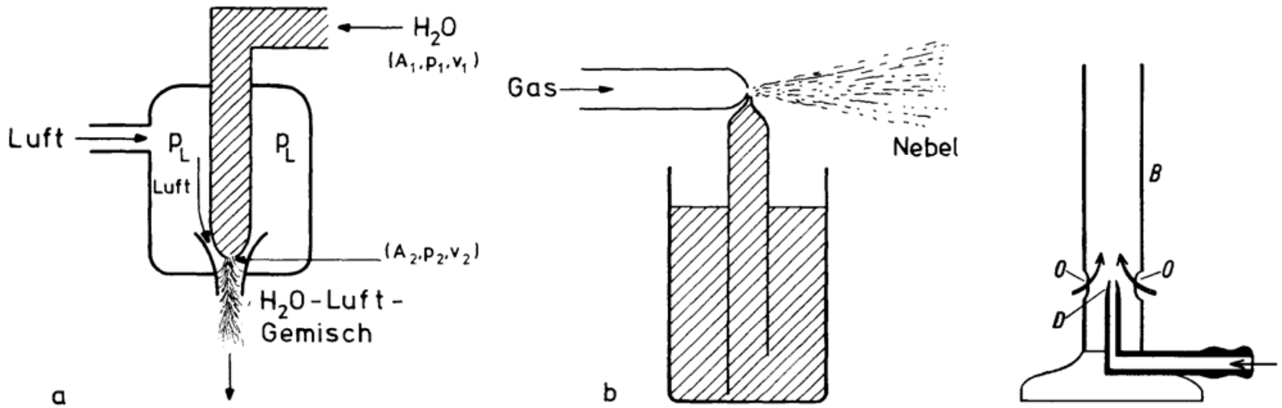
Die Bernoullische Gleichung

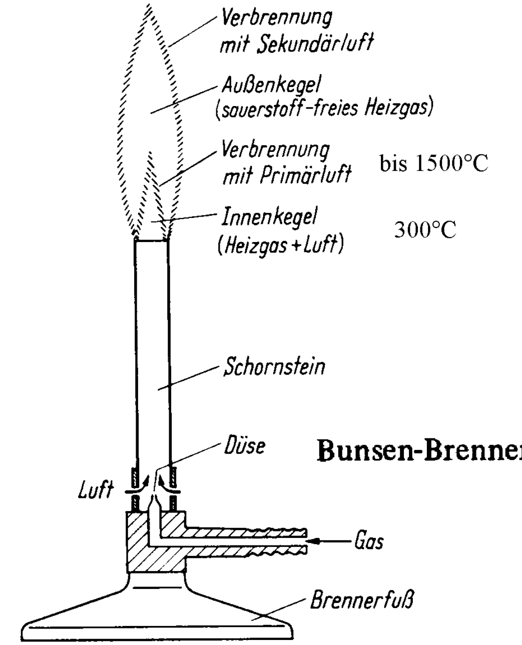
$$\boxed{p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \quad \text{oder} \quad p + \frac{\rho}{2} v^2 = p_g = konst.}$$

Gesamtdruck p_g = statischer Druck (Kolbendruck) + dynamischer Druck (Staudruck) = konst.

- Beispiele zur Anwendung der Bernoullischen Gleichung:

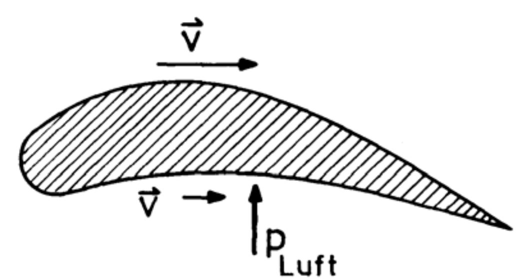
$$p + \frac{\rho_{\text{Flüssigk.}}}{2} v^2 = konst.$$





(a) Wasserstrahlpumpe, (b) Zerstäuber, (c) Bunsenbrenner

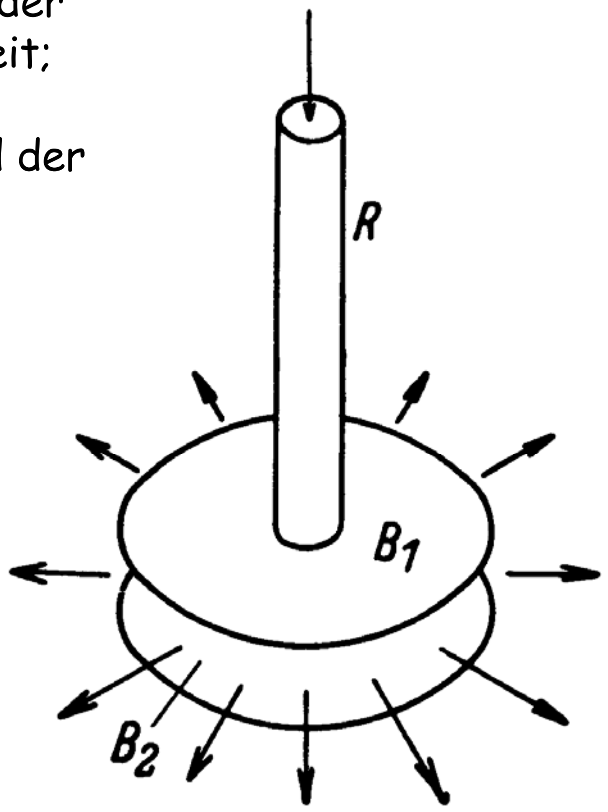
- **Wasserstrahlpumpe** und **Zerstäuber**: wenn an Düse Geschwindigkeit sehr groß (Schweredruck ist konstant), dann wird äußerer Druck p klein ⇒ Pumpwirkung (aber nicht unter 18 Torr = Dampfdruck des Wassers bei Raumtemperatur)
- **Bunsenbrenner**: Das mit Überdruck ausströmende Erdgas saugt Luft an
- **Tragfläche**: Durch besondere Form wird erreicht, dass Luft oben schneller als unten vorbeiströmt woraus eine nach oben gerichtete Kraft resultiert; muss größer als Gewichtskraft sein: Mindestströmungs-geschwindigkeit einhalten
- bei Sturm **abgedecktes Dach** (durch Unterdruck)



Strömungsauftrieb an einer Flugzeugtragfläche

- **Hydrodynamisches Paradoxon**: anschauliche Darstellung der Druckminderung in einem Luftstrom hoher Geschwindigkeit; bläst man durch Rohr, so wird Platte B_2 angesaugt, da bei Ausströmen aus Rohr Geschwindigkeit größer als am Rand der Scheibe: Unterdruck saugt B_2 an

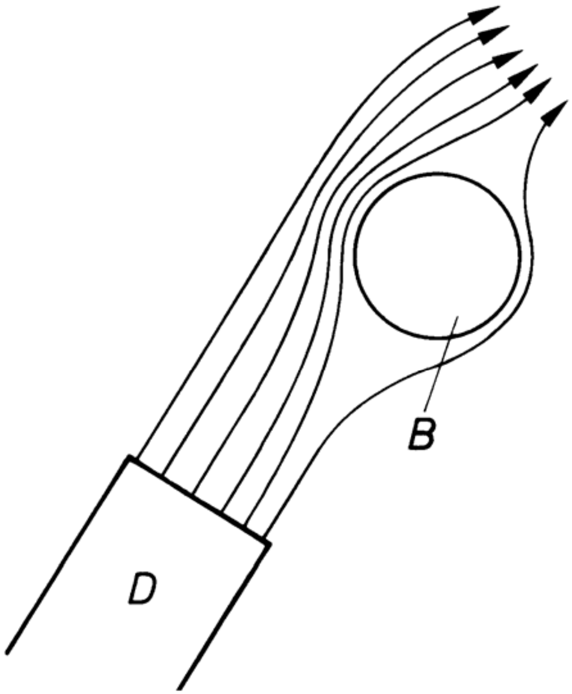
- **Ball im Luftstrom**: leichter Ball schwebt im Luftstrom weil oberhalb höhere Strömungsgeschwindigkeit herrscht als unten: Kraft wirkt nach oben



Hydrodynamisches Paradoxon

Versuch M 200

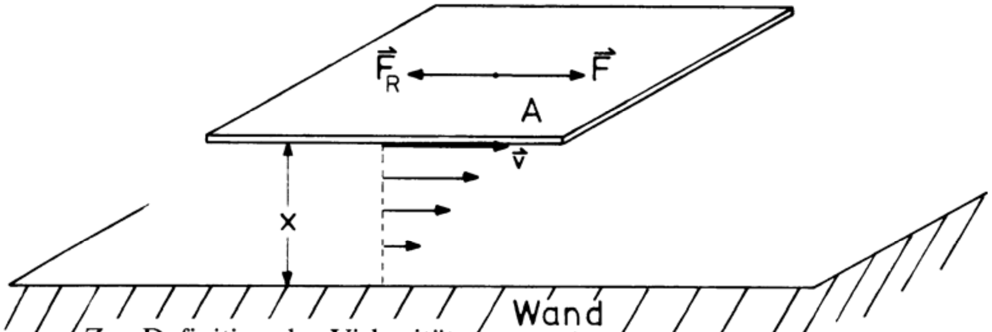
Ball im Trichter



Schweben eines Balles im Luftstrom

Die Viskosität

- wenn sich in **realen Flüssigkeiten** Atome oder Moleküle gegeneinander verschieben, gibt es Kohäsionskräfte zwischen Teilchen ⇒ Reibungskraft entsteht: **Innere Reibung** oder **Zähigkeit** (Unterschied zwischen realen und idealen Flüssigkeiten)
- ist **stark temperaturabhängig** (z.B. Getriebeöl); Zähigkeit steigt stark mit fallender Temperatur
- Materialeigenschaft heißt: **Viskosität**
- um Platte (**Fläche** ***A***) mit **Geschw.** ***v*** im **Abstand** ***x*** an einer Wand zu bewegen, ist **Kraft** ***F*** erforderlich
- ist proportional zu A und v und umgekehrt proportional zu x



Zur Definition der Viskosität

$$F = \eta A \frac{v}{x}$$

Versuch M 194
Kugelfallviskosimeter

- Proportionalitätskonstante ist **Viskosität** η

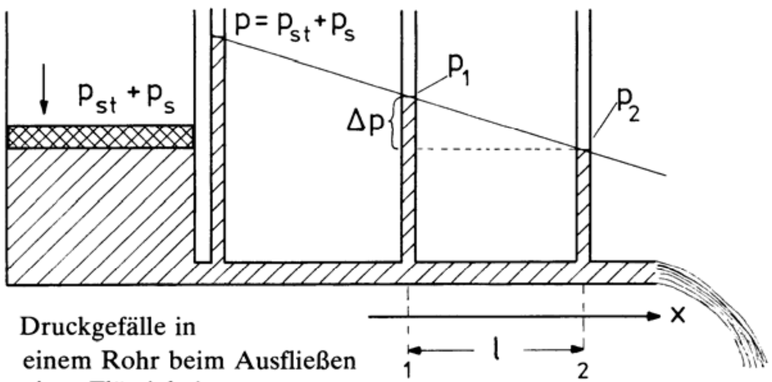
Substanz (bei 20°C)	Öle	Glyzerin	Blut ♂ Mittelwert	Blut ♀ Mittelwert	Ether	Hg	H_2O	Luft
η (Pa s)	1	0,83	0,0047	0,0044	0,0018	0,0015	0,001	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$

Laminare Strömung

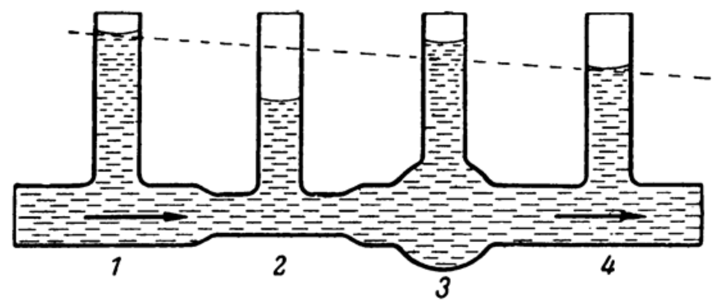
- reale Flüssigkeit in Rohr: wegen Reibung an Wand verschieben sich die Flüssigkeitsschichten gegeneinander; Strömung im Innern am schnellsten; bleiben benachbarte Flüssigkeitsschichten parallel: **laminare Strömung**; bilden sich Wirbel durch zu große Geschwindigkeit oder Hindernisse: **turbulente Strömung**
- **Druckgefälle in einem Rohr**: Wird mit Kolben Flüssigkeit durch Rohr gedrückt, so erzeugt innere Reibung einen Strömungswiderstand; Druck nimmt in homogenem Rohr linear ab (bei laminarer Strömung)

Versuch M196 & 197

Druckgefälle in strömenden Flüssigkeiten



Druckgefälle in einem Rohr beim Ausfließen einer Flüssigkeit.



- für zylindrisches Rohr ist Strömungswiderstand $R = \dfrac{8\eta l}{\pi r^4}$ mit Einheit: N s m^{-5}
- damit ergibt sich analog zum Ohmschen Gesetz (I=U/R) das **Hagen-Poiseuillesches Gesetz**:

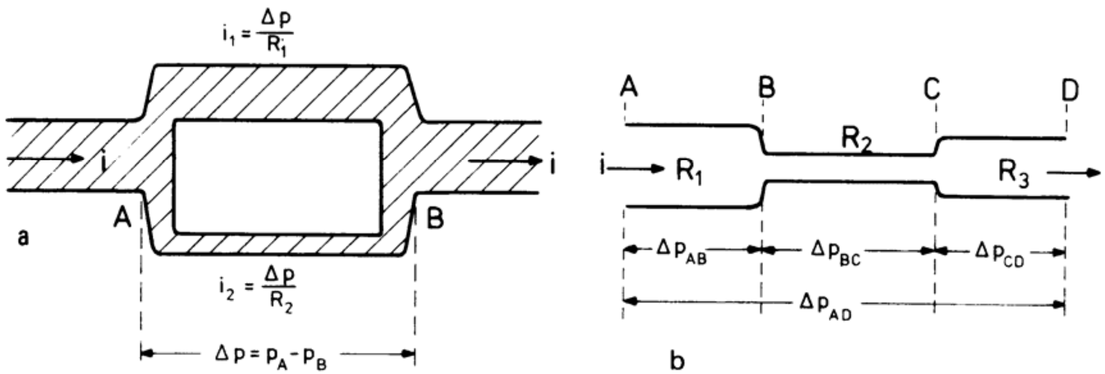
$$\boxed{I = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\Delta p}$$

I ... Strömungsmenge

Δp ... Druckdifferenz

- ähnlich wie bei elektrischen Widerständen (Kap. 14) lassen sich Widerstände **parallel** bzw. in **Reihe schalten**:

$$\frac{1}{R_{\text{parallel}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad \text{und} \qquad R_{\text{Reihe}} = R_1 + R_2 + R_3$$

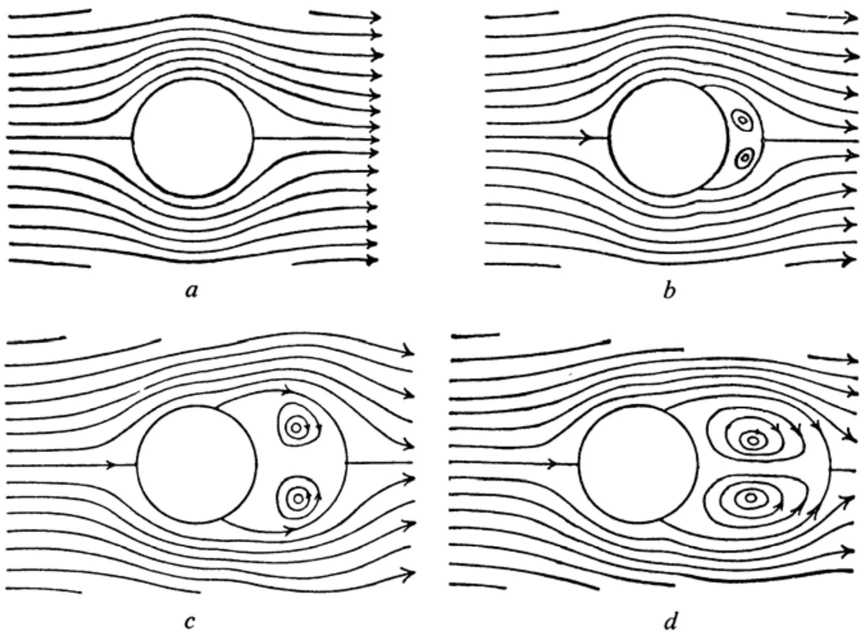


Zu den Kirchhoffschen Gesetzen der Flüssigkeitsströmung: (a) in parallel geschalteten und (b) in hintereinander geschalteten Kapillaren.

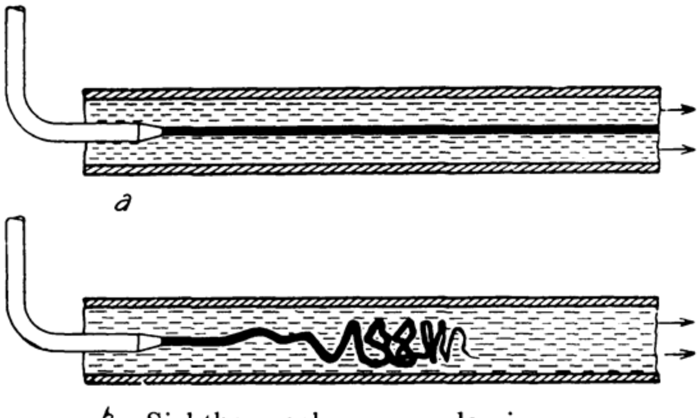
- bei **Hintereinanderschaltung** von Kapillaren: Gesamtströmungwiderstand gleich **Summe** der Einzelwiderstände
- bei Parallelschaltung: Widerstand nimmt ab; halbiert sich bei gleichen Kapillaren

Turbulente Strömung:

- Ursache z.B. durch Hindernisse, z.B. Ecken
- Beginn durch Wirbelbildung: Flüssigkeitselemente werden zur Drehbewegung angeregt
- **Strömungswiderstand erhöht** sich deutlich gegenüber laminarer Strömung



Allmähliche Ausbildung und Ablösung des Wirbelpaares hinter einem Zylinder



Sichtbarmachung von laminarer (a) und turbulenter (b) Strömung

- Es existiert eine Grenzgeschwindigkeit v_{grenz} in einem Rohr, bei der laminare in turbolente Geschwindigkeit umschlägt:

$$v_{grenz} = \frac{K\eta}{\rho r}$$

r ... Radius des Rohres

K ... Reynoldsche Zahl (ca. 10^3 für viele Flüssigkeiten)

Übungsaufgaben zu Kap. 5

495. Für den Druck in einer Seifenblase gilt $p = \frac{4\sigma}{r}$. Wie groß ist die Oberflächenspannung, wenn der Druck in einer Blase von 6 cm Durchmesser 4 N/m^2 beträgt?

496. Wie groß ist der Druck in einer Seifenblase ($\sigma = 0{,}029$ N/m) von 12 cm Durchmesser?

497. (Bild 148) Die Druckzylinder einer Hebevorrichtung haben die Durchmesser $d_1 = 12$ cm bzw. $d_2 = 3$ cm. Wie groß ist der Druck im unteren Zylinder, wenn auf den oberen Kolben ein Druck von 15 bar wirkt?

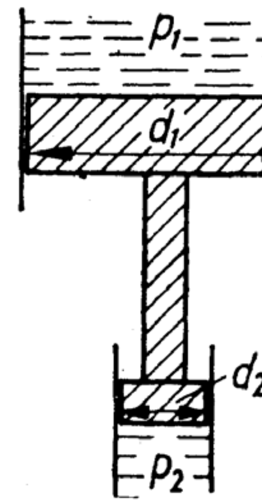


Bild 148

498. Wie groß ist der Druck am Boden eines 0,8 m hoch mit Öl ($\varrho = 0{,}8\ g/cm^3$) gefüllten Gefäßes bei einem Luftdruck von 987 mbar?

499. Wie hoch steigt ein unter 5 bar Überdruck senkrecht nach oben ausströmender Wasserstrahl, wenn man von der Luftreibung absieht?

522. Um ein gesunkenes Schiff zu heben, werden 30 leere Fässer von je 2 m^3 Inhalt und je 150 kg Eigenmasse daran befestigt, wodurch es eben zu steigen beginnt. (Die Dichte des Seewassers ist 1,03 g/cm^3.) Wie schwer ist das Schiff im Wasser?

523. Ein unter Wasser ($\varrho_1 = 1\ g/cm^3$) liegendes stählernes Wrackteil ($\varrho_2 = 7{,}5\ g/cm^3$) wirkt am Zugseil mit der scheinbaren Masse $m' = 550$ kg. Wie schwer wird es über Wasser sein?