

Elektrizitätslehre

14. Elektrische und magnetische Größen

14.1 Einführung

- **elektrische Wechselwirkung** hauptsächlich verantwortlich für Bindungen in Materie, d.h. ihrer Struktur; auch chemische Reaktionen
- **Energieübertragung** überwiegend in elektrischer Form (auch: Wärme, Licht, Schall, mech. und chem. Energie)
- **Informationsübermittlung** (elektromagnetische Wellen)
- Computertechnik, Informationsverarbeitung
- Labormesstechnik: Umwandlung fast aller Messgrößen in elektrische Signale

14.2 Ladung

- **Ladung an Masse gebunden**, aber nicht jedes Massenelement ist geladen
- **positive** und **negative** Ladungen können sich aufheben
- kleinste Ladungseinheit: Ladung des Elektrons, ist **Elementarladung** $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ C (oulomb)} = 1 \text{ As}$; Proton hat gleiche Ladung mit umgekehrtem Vorzeichen
- Blitz: hat Ladung von etwa 20 C in 10^{-3} s ; Strom ca. 20000 A ; Spannung ca. 10^9 V ; Energie ca. $E = 5 \text{ MWh}$ (Ladung einer AA-Zelle: 7200 C , aber $E = 3 \text{ Wh}$)
- Ladungen kann man durch **Ladungstrennung** erhalten
- gegenseitige Kraftwirkung zweier Ladungen viel größer als Gravitationskraft

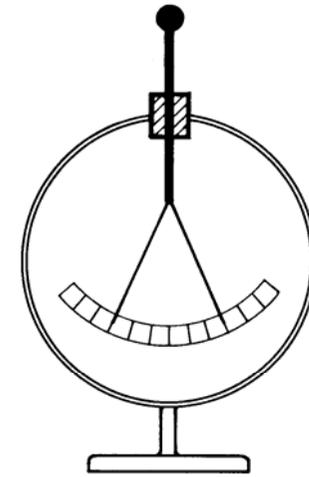
- Kraft zwischen zwei Ladungen heißt **Coulomb-Kraft**, ist für 2 Elektronen 10^{42} mal größer als Gravitation, für zwei Punktladungen gilt:

$$F = \gamma \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

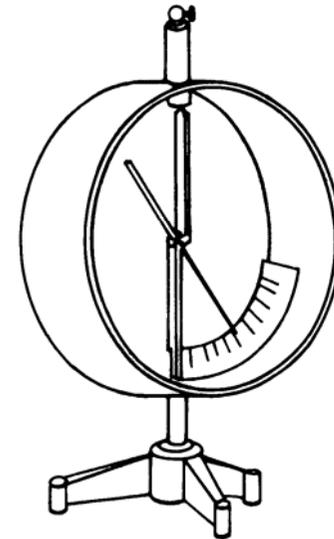
$$\gamma = (4\pi\epsilon_0)^{-1} = 8,987 \times 10^9 \text{ VmC}^{-1}$$

ϵ_0 ... elektrische Feldkonstante ($8,855 \times 10^{-12} \text{ Cm}^{-1}\text{V}^{-1}$)

- gleiche Ladungen stoßen sich ab, ungleiche Ladungen ziehen sich an (im Gegensatz zur Gravitation)
- **elektrische Ladung Q** eines Körpers ist **Summe** der in ihm erhaltenen **Elementarladungen**, wobei Vorzeichen berücksichtigt werden müssen
- **Atome** erscheinen nach außen elektrisch neutral (Zahl Elektronen = Zahl der Protonen)
- entzieht man Atom eine Elementarladung, entsteht **Kation** (nach außen positiv), fügt man ein Elektron hinzu entsteht **Anion** (negativ)
- **Satz von der Erhaltung der Ladung:** Ladung kann nicht erzeugt oder vernichtet werden; Ladung in abgeschlossenem System ist **konstant**
- obwohl Ladung gequantelt (nur in diskreten Schritten zu ändern), erhält man bei großer Ladung quasikontinuierliche Änderung
- Nachweis der Ladung mittels Elektroskop, Quantifizierung mit Elektrometer

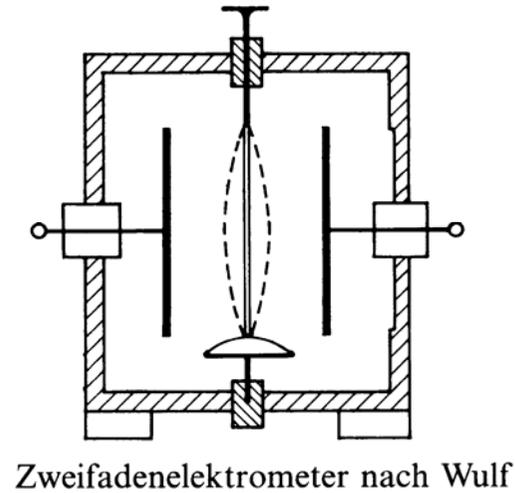
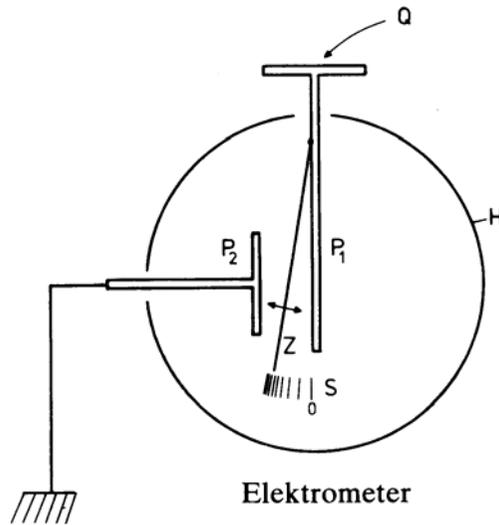


Blättchen-Elektroskop



Braunsches Elektrometer

Versuch E3 und E13
Ladungstrennung



- mit empfindlichen Elektrometern: bis zu einigen $100 e^-$ nachweisbar
- wenn Körper ausgedehnt: alle **Kräfte** zwischen Punktladungen **vektoriell addieren**
- einige Sonderfälle:

Probenform	Abstandsabhängigkeit der Kraft
<p>zwei Punktladungen</p>	$F \sim \frac{1}{r^2}$
<p>Punktladung vor ebener Metallplatte</p>	$F \sim \frac{1}{r^2}$
<p>zwei Dipole</p>	$F \sim \frac{1}{r^4}$

Versuch E11

Ladung wirkt bis ins Innere einer Glasröhre

14.3 Spannung

Die Definition der elektrischen Spannung

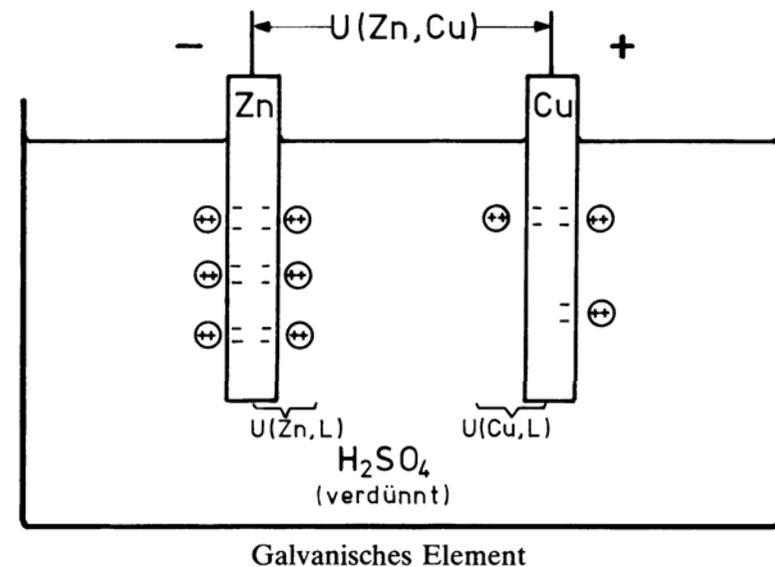
- wenn wir zwei **Punktladungen** entgegengesetzten Vorzeichens gegeneinander verschieben, muss **Arbeit** verrichtet werden: $W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$
- Arbeit wird als potentielle Energie gespeichert
- Man definiert den Quotienten der Arbeit pro Ladung als **Spannung (Potentialdifferenz)**

$$U = \frac{W}{Q_1} = \frac{1}{Q_1} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$$

- SI-Einheit ist J/C oder V (Volt)
- verschiebt man eine Elementarladung e gegen Spannung von 1V benötigt man die Energie $W = 1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$

Spannungsquellen

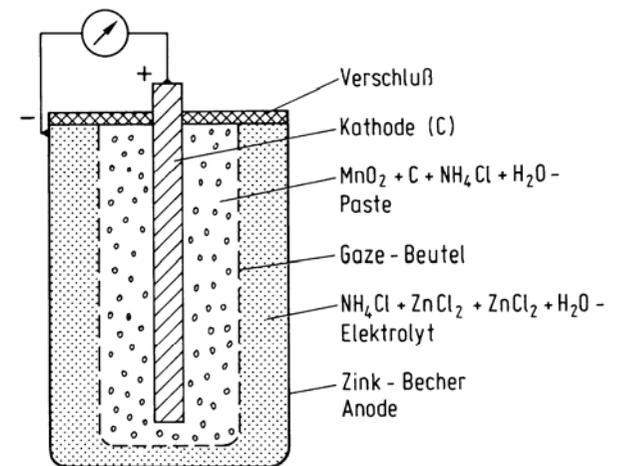
- galvanische Elemente waren erste Labor-Quellen elektrischer Energie; beruht auf **unterschiedlicher Löslichkeit** verschiedener Materialien in einem Elektrolyten
- durch Adhäsionskräfte mit Elektrolyten gehen einzelne Ionen in Lösung \Rightarrow Ladungstrennung \Rightarrow elektrisches Feld \Rightarrow Spannung
- heißt auch **elektromotorische Kraft (EMK)**



- unterschiedliche Metalle gehen „verschieden stark“ in Lösung (**Lösungstension**) \Rightarrow Spannung zwischen zwei Elektroden (z.B. Cu und Zn); ist Differenz der Spannungen an den einzelnen Elektroden: $U(\text{Zn,Cu}) = U(\text{Zn,Lösung}) - U(\text{Cu,Lösung})$
- Zinkelektrode: $\text{Zn} \rightleftharpoons \text{Zn}^{2+} + 2e^-$
Kupferelektrode: $\text{Cu} \rightleftharpoons \text{Cu}^{2+} + 2e^-$
- in der Summe: $\text{Zn} + \text{Cu}^{2+} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + \text{Cu}$
- in Wasser ist Löslichkeit sehr gering, daher bspw. H_2SO_4 ; heißt **galvanisches Element**
- höhere Löslichkeit des Zn \Rightarrow ist negativer Pol (**Elektrode**)
- **Gleichgewicht durch Coulomb-Kraft** zwischen Metallionen und Elektroden
- andere galvanische Elemente: $[\text{Pb}, \text{PbO}_2, \text{H}_2\text{SO}_4; 2\text{V}]$ und **Trockenbatterie (1,5 V)** $[\text{Zn}, \text{C}, \text{Ammoniumchlorid in feuchter Füllmasse}]$; höhere Spannungen durch mehrere Zellen
- **elektrochemische Spannungsreihe** oder **Voltische Spannungsreihe**: wird gegen **Standardwasserstoff-Elektrode** gemessen; besteht aus platinierter Platinelektrode über die Wasserstoff perlt in Säure von 1 Mol pro Liter

Standardpotentiale E°

Vorgang	E° in Volt	Vorgang	E° in Volt
$\text{Li} \rightleftharpoons \text{Li}^+ + e^-$	-3,02	$\text{Pb} \rightleftharpoons \text{Pb}^{2+} + 2e^-$	-0,13
$\text{K} \rightleftharpoons \text{K}^+ + e^-$	-2,92	$\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}^+ + 2e^-$	0,000
$\text{Mg} \rightleftharpoons \text{Mg}^{2+} + 2e^-$	-1,55	$\text{Sb} \rightleftharpoons \text{Sb}^{3+} + 3e^-$	+0,2
$\text{Mn} \rightleftharpoons \text{Mn}^{2+} + 2e^-$	-1,01	$\text{Cu} \rightleftharpoons \text{Cu}^{2+} + 2e^-$	+0,345
$\text{Zn} \rightleftharpoons \text{Zn}^{2+} + 2e^-$	-0,76	$\text{Cu} \rightleftharpoons \text{Cu}^+ + e^-$	+0,51
$\text{Fe} \rightleftharpoons \text{Fe}^{2+} + 2e^-$	-0,44	$\text{Ag} \rightleftharpoons \text{Ag}^+ + e^-$	+0,81
$\text{Ni} \rightleftharpoons \text{Ni}^{2+} + 2e^-$	-0,25	$\text{Hg} \rightleftharpoons \text{Hg}^+ + e^-$	+0,86
$\text{Fe} \rightleftharpoons \text{Fe}^{3+} + 3e^-$	-0,04	$\text{Au} \rightleftharpoons \text{Au}^{2+} + 2e^-$	+1,5



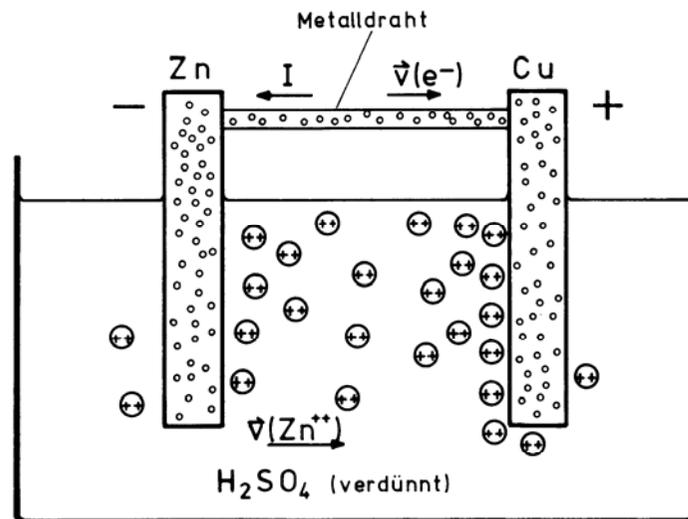
Leclanché-Element (Trockenbatterie)

- galvanische Elemente erzeugen **Gleichspannung**; Stromnetz: **Wechselspannung** 230V/50Hz
- wird mit **Generatoren** (Dynamo-Prinzip) erzeugt (Kap. 16.2)
- biologische Spannungen (z.B. Herzmuskel) ca. 100 mV (Wechselspannung)
- einige Fische (z.B. Zitteraal): Spannungen bis 500 V

14.4 Strom

- **Elektroden** eines galvanischen Elementes mit Metall **verbinden** \Rightarrow elektrischer **Strom** fließt

- Strom durch Bewegung von frei beweglichen Elektronen im Metall von negativer Zn-Elektrode zur positiven Cu-Elektrode (**physikalische Stromrichtung**)



Elektrischer Strom im Galvanischen Element (Zn-Cu-H₂SO₄): negative Ladungen (Elektronen) fließen durch den Metalldraht und positive Ladungen (Zn²⁺-Ionen) durch die verdünnte Schwefelsäure vom Zn- zum Cu-Stab. (\vec{v} ist die Geschwindigkeit der Ladungsträger.)

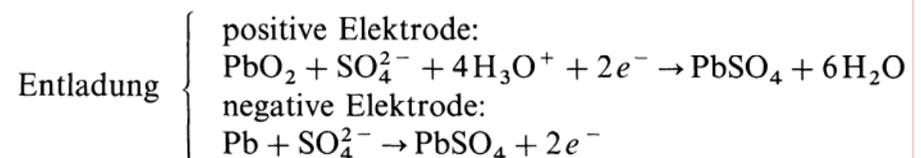
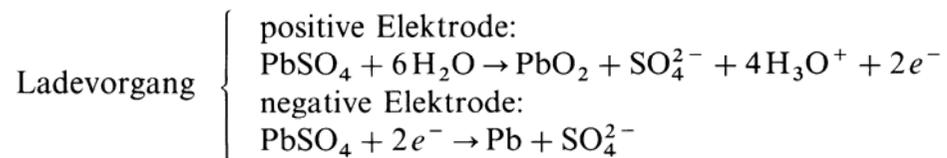
- **technische Stromrichtung** aber von Plus nach Minus
- Pluspol gewöhnlich **rot**, Minuspol **schwarz** gekennzeichnet
- eine gerichtete Bewegung von Ladungsträgern ist **elektrischer Strom I**
- Strom ist pro Zeit durch Leiter fließende Ladung:
- Strom ist Basisgröße des SI-Systems; Einheit **Ampere (A)**

$$I = \frac{Q}{t}$$

- falls sich Stromstärke ändert ist Momentanwert: $I = dQ/dt$
- Stromleitung nicht nur in Metallen; auch in **Halbleitern, Lösungen, Gasen**; nicht im absoluten Vakuum (im Gegensatz zu elektromagnetischer Strahlung !)
- Stromfluss durch galvanisches Element führt zur **Abscheidung des elektronegativeren Elementes** auf der anderen Elektrode (Zn-Schicht auf Cu-Elektrode)
- Zn-Becher der **Trockenbatterie** löst sich auf; hat daher begrenzte Kapazität
- **Alkalizellen** haben KOH, $ZnCl_2$ und NH_4Cl als Elektrolyten; bessere Kapselung erforderlich, aber etwa doppelte Energiedichte; ca. 2,5 Ah Kapazität als AA- (Mignon-) Zelle; zum Vergleich: Zn-Kohle-Zelle ca. 1,2 Ah
- sehr hohe Energiedichten und geringe **Selbstentladung** bei Li-Batterie (Li-Thionylchlorid)
- EMK = 3 V; wird als Stützbatterie (Knopfzellen) für Speicher in Rechnern und in Uhren verwendet (aber geringe Kapazität bei solch kleinem Volumen)
- z.B. Li-Knopfzelle CR1616: 16 x 1,6 mm hat Kapazität von 50 mAh
- evtl. durch umgekehrten Strom Abscheidung rückgängig zu machen z.B. im Ni-Cd-Element oder Ni-MH (MH=Metallhydrid); ist Akku(mulator)
- z.B. bei Pb-PbO₂ (Autobatterie)

Versuch E 151

Bleiakkumulator



14.5 Widerstand

Leiter und Nichtleiter

- Stoffe mit **frei beweglichen** Ladungsträgern (Elektronen, Ionen): **Leiter**
- wenn Ladungsträger unbeweglich sind: **Nichtleiter** oder **Isolator**
- wie gut Leitfähigkeit: Zahl der Ladungsträger und ihre Beweglichkeit
- Bewegung wird durch „Reibung“ behindert: **elektrischer Widerstand R**
- Reibung in Leitern: Elektronen erhöhen ihre *Geschwindigkeit* kontinuierlich bis zum nächsten **Stossprozess**, geben ihre kinetische Energie wieder ab, usw. (mittlere freie Weglänge ist einige nm)
- Elektronen haben so mittlere *Geschwindigkeit*
- in metallischen Leitern: **Widerstand sinkt mit abnehmender Temperatur**, da weniger Stöße mit Atomen
- Zahl der transportierten Ladungsträger (Strom) proportional zur Spannung:

Versuch E 76 Spannungsabfall entlang eines Leiters

$$U = I \cdot R \quad (\text{Ohmsches Gesetz})$$

- Proportionalitätskonstante: R ist **elektrischer Widerstand** mit Einheit $V/A = \Omega$ (**Ohm**)
- Kehrwert von R ist **Leitwert**; Einheit $A/V = S$ (**Siemens**)
- alternative Interpretation: fließt Strom durch Leiter, fällt über bestimmtes Leiterstück (Widerstand) die Spannung $U = I \cdot R$ ab

spezifischer Widerstand und spezifische Leitfähigkeit

- Widerstand hängt von Geometrie ab; zwei parallel geschaltete Leiter haben nur halben Widerstand, wegen doppeltem Querschnitt; doppelt so langer Draht hat auch doppelten Widerstand

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

A ... Querschnittsfläche des Leiters
l ... Länge des Leiters

- Konstante ρ ist **spezifischer Widerstand** (Resistivität); hängt nicht von Geometrie, sondern nur vom Material ab; Einheit: $\Omega\text{m} = \text{VmA}^{-1}$
- um Energieverluste zu vermeiden ρ möglichst klein, in Heizgerät relativ groß wählen
- Cu** für **Leiter** am besten geeignet; aber Freileitungen aus Al, da zwar 160% der Resistivität, aber nur 1/3 der Masse
- Leitungsverluste** hängen nur vom **Strom** nicht von Spannung ab \Rightarrow Transport per Hochspannung
- Resistivität ist temperaturabhängig
- α ist **Temperaturkoeffizient**; ist positiv für Metalle (s. rechts); ist negativ für Elektrolyten und Halbleiter (Kap. 15.2)

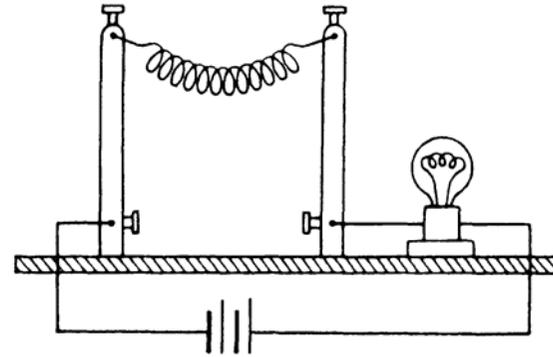
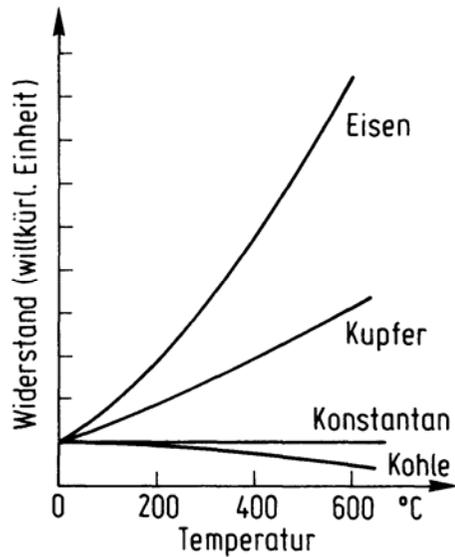
Spezifischer Widerstand ρ und Temperaturkoeffizient α

Material	ρ (Ωm) bei 20°C	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Ag	$1,6 \cdot 10^{-8}$	+ 0,004
Cu	$1,7 \cdot 10^{-8}$	+ 0,004
Au	$2,3 \cdot 10^{-8}$	+ 0,004
Al	$2,7 \cdot 10^{-8}$	+ 0,0047
Fe	$9-15 \cdot 10^{-8}$	+ 0,0045
Pt	$10,8 \cdot 10^{-8}$	+ 0,0035
H ₂ SO ₄ (15%ig)	$184 \cdot 10^{-8}$	< 0
KOH (15%ig)	$185 \cdot 10^{-8}$	< 0
H ₂ O (mehrfach destilliert)	$\approx 2 \cdot 10^5$	-
Glas, Porzellan	$> 10^{12}$	-
Kunststoffe	$> 10^{13}$	-

$$\rho = \rho_{20^{\circ}\text{C}} [1 + \alpha(t - 20^{\circ}\text{C})]$$

Versuch E 121

spezifische elektrische Widerstände

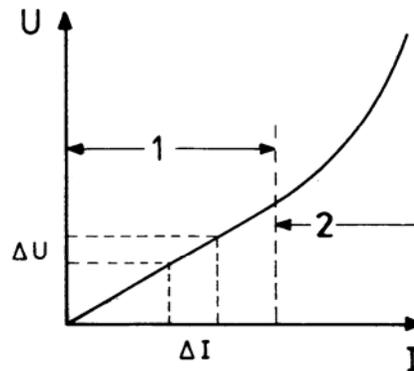
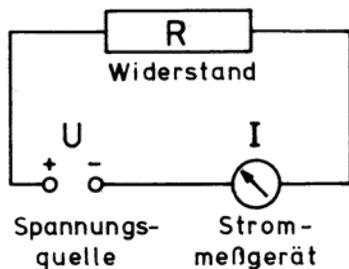


Wird der Platindraht erhitzt (Bunsenbrenner), dann leuchtet die Glühlampe kaum; wird er abgekühlt (durch flüssigen Stickstoff), dann leuchtet die Glühlampe hell

- reziproker Wert des spezifischen Widerstandes $\sigma = 1/\rho$ ist groß für gute Leiter \Rightarrow **spezifische elektrische Leitfähigkeit**; Einheit ist $S\ m^{-1} = A\ V^{-1}\ m^{-1}$

Strom-Spannungs-Kennlinie von Leitern

- bei Änderung der Spannung, ändert sich Strom



Strom-Spannungs-Kennlinie eines Leiters mit Widerstand R , welcher an eine Gleichspannungsquelle U angeschlossen ist und vom Strom I durchflossen wird. Bereich 1 ist der *Ohmsche Bereich* mit $R = \text{konstant}$; im Bereich 2 ist R nicht konstant.

- nur wenn **Proportionalität** gilt, d.h. Widerstand ist konstant, gilt das **Ohmsche Gesetz**

$$U = I \cdot R$$

Zusammenhang zwischen Stromdichte und elektrischer Feldstärke

- setzt man in Ohmsches Gesetz die Formel für den spezifischen Widerstand ein folgt:

$$I = \frac{1}{\rho} \frac{A}{l} U \quad \text{mit Stromdichte} \quad j = \frac{I}{A} \Rightarrow j = \frac{U}{\rho l} \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

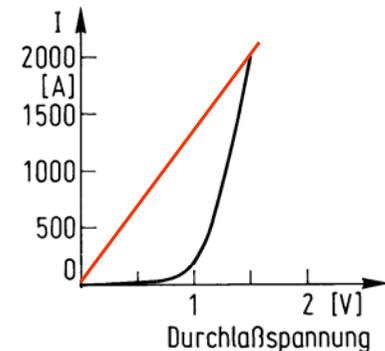
- Definition: **elektrische Feldstärke** $E = \frac{U}{l}$ d.h. $j = \sigma E$ σ ... spez. Leitfähigkeit
- ist äquivalente Formulierung des Ohmschen Gesetzes: **Stromdichte und Feldstärke sind proportional** (falls spezifischer Widerstand/Leitfähigkeit konstant)
- es gibt **nichtlineare Widerstände**, d.h. Abweichungen vom Ohmschen Gesetz, z.B. bei Halbleitern

14.6 Netzwerke

Schaltbilder

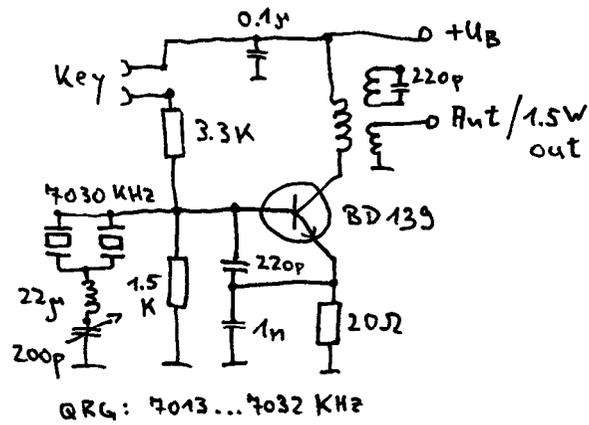
- komplexe Aufbauten und Schaltungen werden durch Schaltbilder (Schaltpläne) angegeben

	Leiter		Spannungsquelle
	Widerstand		galvan. Element
	Kondensator		Strommesser
	Spule		Schalter

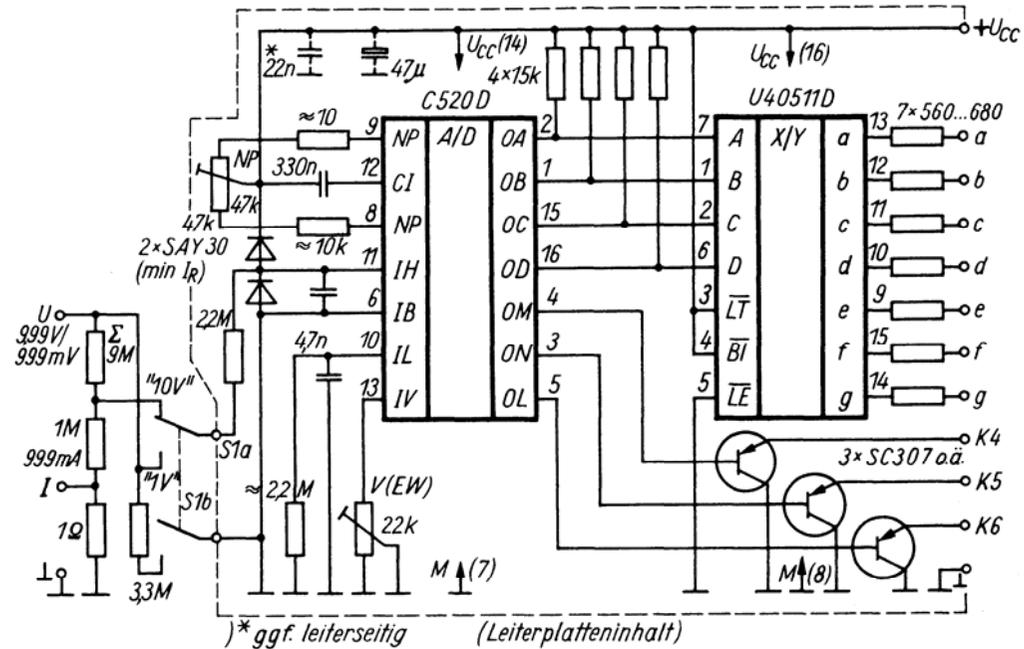


Strom-Spannungskennlinie einer Hochleistungsdiode aus Silicium.

- **Beispiel 1: einfacher Kurzwellensender für Amateurfunk (7 MHz-Band)**

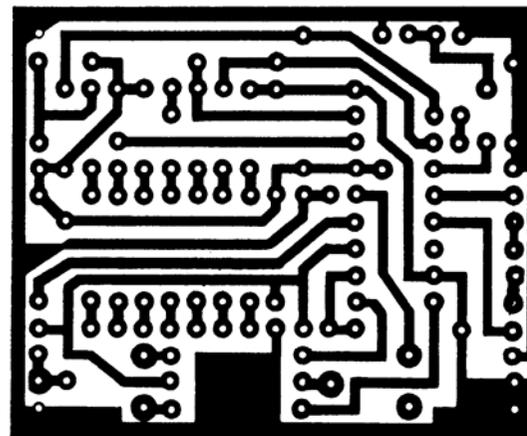


- **Beispiel 2: Digitalvoltmeter**

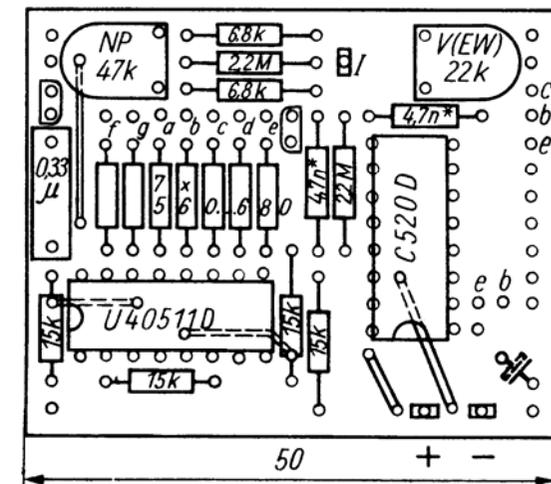


Modul für ein Digitalvoltmeter

- Leiterbild wird auf Leiterplatte geätzt (Layout)
- **SMD-Technik** (surface mounted devices) erlaubt sehr hohe Packungsdichte der Bauelemente, ist heute Standard



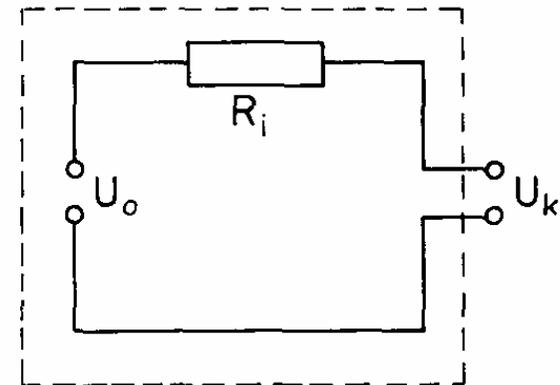
Leiterbild



Bestückungsplan

Innenwiderstand einer Spannungsquelle

- im unbelasteten Zustand (ohne Stromfluss) misst man an der Spannungsquelle die **Leerlaufspannung** oder **Urspannung** U_0
- wenn Verbraucher (Last) angeschlossen \Rightarrow Frage: Wie schnell können Ladungsträger nachgeliefert werden; ist Generation zu langsam, sinkt Spannung (ist **Klemmspannung** U_k)
- d.h., zum Messen der Urspannung: hochohmiges Messgerät (es fließt fast kein Strom)
- Vorgehen zum Messen des **Innenwiderstandes** R_i :
 1. Messen der Urspannung
 2. Lastwiderstand R_L anschließen und soweit verringern, dass $U_k = \frac{1}{2} U_0$ ist
 3. $R_i = R_L$



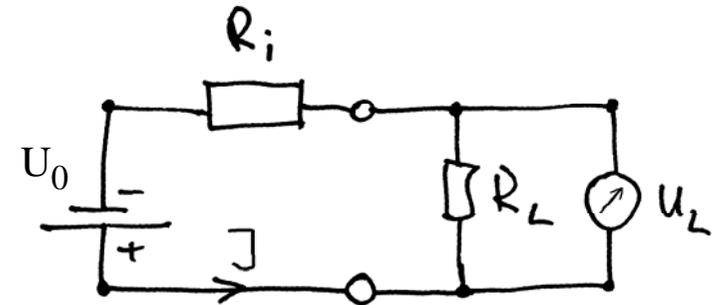
- **Beispiele:**
 - **Knopfzelle** liefert nur wenig Strom, d.h. Innenwiderstand **einige hundert Ohm**
 - Thermoelement wenige Ohm bis einige hundert Ohm
 - **Taschenlampenbatterie:** ca. 0.01 bis 1 Ohm
 - **Autobatterie:** $< 0,01$ Ohm (d.h. wenn 100 A fließen, fällt die Klemmspannung um 1V)
 - **biologische Quellen:** oft ca. 100 M Ω (Messung nur mit sehr hochohmigen Spannungsmessern, d.h. speziellen Verstärkern mit noch höherem Innenwiderstand $R_i > 1G\Omega$)

elektrische Leistung im Gleichspannungsstromkreis

- elektrische Leistung: $P = U \cdot I$ Einheit: 1 VA = 1 W (Watt)
- **Leerlauf:** $R_L \gg R_i$ **Kurzschluss:** $R_L \ll R_i$
- entnommene elektrische Leistung ist in beiden Fällen nahe Null
- Aufgabe: Bei welchem Lastwiderstand gibt eine Gleichspannungsquelle die maximale Leistung ab?

$$P_L = U_L \cdot I \quad \text{mit} \quad U_L = I \cdot R_L \quad \text{und} \quad I = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

$$P_L = R_L \cdot I^2 = R_L \left(\frac{U_0}{R_i + R_L} \right)^2 = \frac{R_L \cdot U_0^2}{R_i^2 + R_i R_L + R_L^2}$$



maximale Leistung, wenn $\frac{dP_L}{dR_L} = 0$ Anwendung der Quotientenregel: $y = \frac{u}{v} \quad y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Ableitung = Null, wenn Zähler = 0, also: $u'v - uv' = 0$

$$U_0^2(R_i^2 + R_i R_L + R_L^2) - R_L U_0^2(R_i + 2R_L) = 0$$

$$R_i^2 + R_i R_L + R_L^2 = R_L R_i + 2R_L^2$$

$$R_i^2 = R_L^2$$

$$R_i = R_L \quad \text{dann gilt} \quad U_L = \frac{1}{2} U_0$$

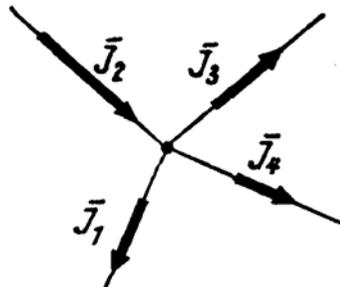
Aufgabe: Wie muss eine Waschmaschine mit einer Leistung von 2300W abgesichert werden („Einheit“ von Sicherungen ist A)?

$$I = P/U = 2300\text{W} / 230\text{V} = 10\text{A}$$

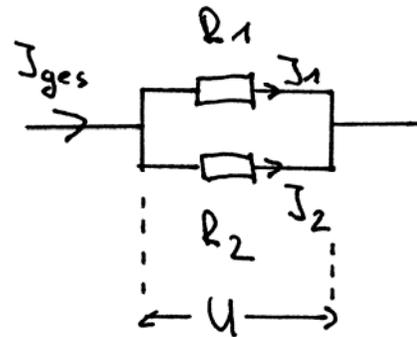
Kirchoff'sche Gesetze des elektrischen Stromes

- es gelten zwei Regeln:
- **Knotenregel:** An jedem Verzweigungspunkt (Knoten) ist die Summe der zufließenden = Summe der abfließenden Ströme

$$\sum_n \bar{I}_n = 0$$



Zur 1. KIRCHHOFFSchen Regel

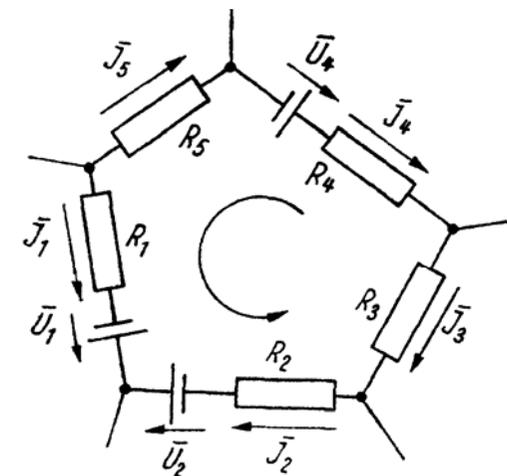


$$I_{ges} = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

- **Maschenregel:** In jedem Stromkreis (Masche) ist die Summe aller Spannungsquellen gleich der Summe der Spannungsabfälle an allen Bauelementen (Vorzeichen der Spannungsquellen beachten).

$$\sum_m \bar{I}_m R_m = \sum_n \bar{U}_n$$

- Man legt Richtung willkürlich fest, mit der alle Spannungen in einer Masche bestimmt werden; damit ergeben sich die Vorzeichen richtig



Zur 2. KIRCHHOFFSchen Regel

- **Beispiel 1:** Parallelschaltung von 2 Widerständen:

für beide Knoten (a und b) gilt:

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad \text{außerdem für 3 Maschen:}$$

$$U_0 = I_0 R_i + I_1 R_1 \quad \text{und} \quad U_0 = I_0 R_i + I_2 R_2 \quad \text{und für Gesamtwiderstand } R$$

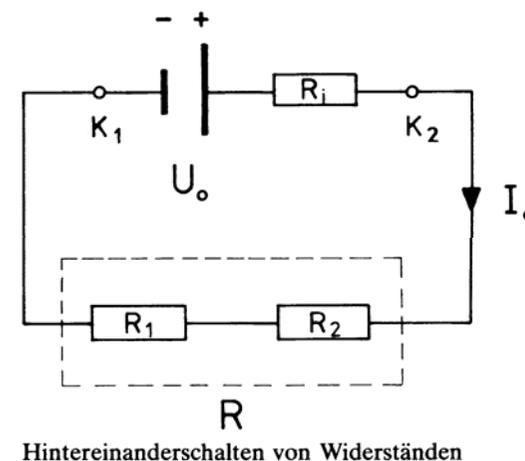
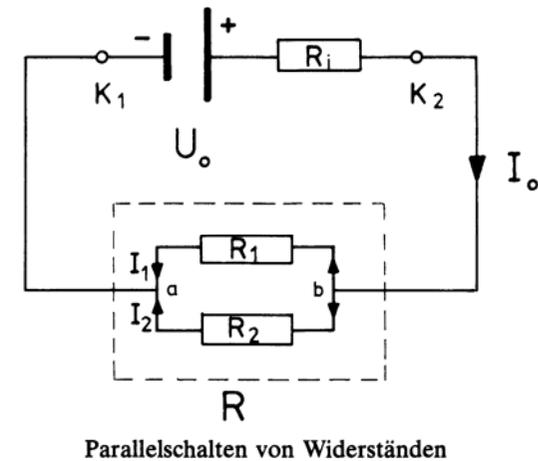
$$U_0 = I_0 R_i + I_0 R \quad \text{sind unabhängige Gleichungen zur Problemlösung;}$$

aus $I_1 = \frac{I_0 R}{R_1}$ und $I_2 = \frac{I_0 R}{R_2}$ folgt

$$I_0 = \frac{I_0 R}{R_1} + \frac{I_0 R}{R_2} \quad (\text{Knotenregel}), \text{ also:}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{auch:} \quad R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- **Beispiel 2:** Reihenschaltung ergibt $R = R_1 + R_2$



- **Beispiel 3: Potentiometerschaltung**

Klemmspannung U_K :

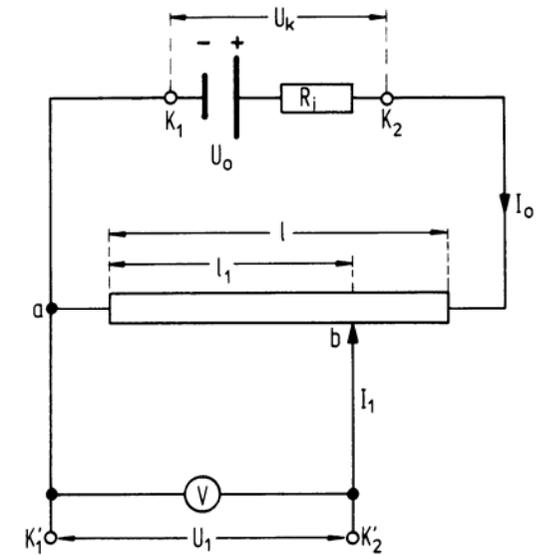
$$U_K = U_0 - I_0 R_i$$

aus Ohmschen Gesetz: $U_K = I_0 R_a = I_0 \rho \frac{l}{A}$

für U_1 an Länge l_1

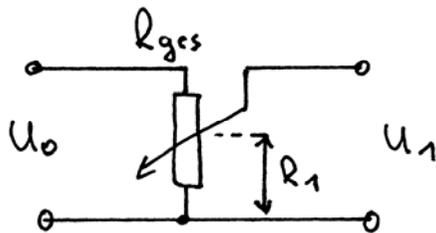
$U_1 = I_0 \rho \frac{l_1}{A}$ bildet man U_1 / U_K

$$\frac{U_1}{U_K} = \frac{l_1}{l} \quad \text{oder} \quad \frac{U}{U_{\text{ges}}} = \frac{R}{R_{\text{ges}}}$$

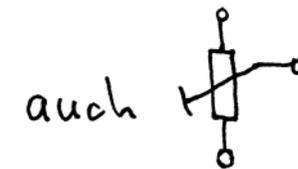


Potentiometerschaltung

- Schaltbild:



$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_{\text{ges}}}$$

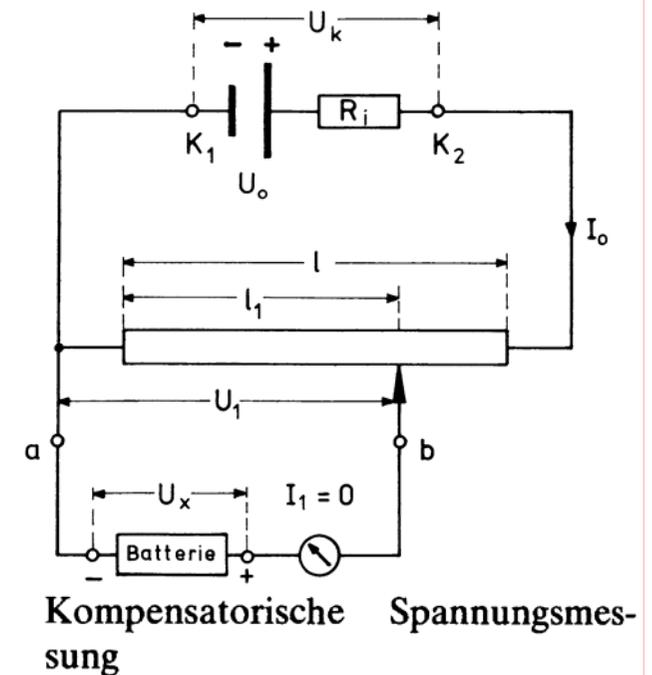


Trimpotentiometer

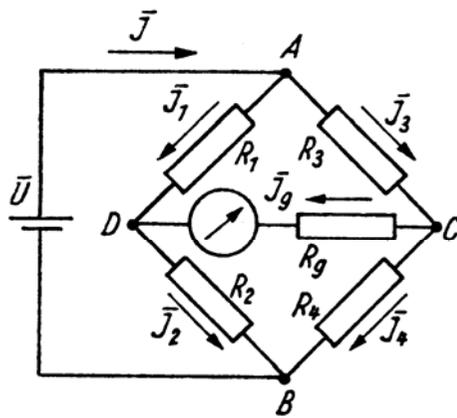
- Anwendung: z.B. Lautstärkeregelung im Radio

- **Beispiel 4:** Kompensatorische Spannungsmessung
- ist Anwendung der Potentiometerschaltung zur stromlosen Messung der Ursprungspannung der Batterie U_x
- Strom durch Batterie wird zu Null gemacht, indem Spannung U_x durch gleich große Gegenspannung U_1 kompensiert wird
- U_1 wird durch l_1 eingestellt
- wird gemessen als

$$U_x = U_1 = I_0 \rho \frac{l_1}{A} = I_0 R_1$$



- **Beispiel 5:** Wheatstonsche Brückenschaltung zur Bestimmung des unbekannten Widerstands R_3 durch geeignete Wahl R_1/R_2 (Abgleichen: $I_g = 0$)



WHEATSTONE-Brücke

(Knoten A)	\bar{I}_1	+	\bar{I}_3	=	\bar{I}
(Knoten D)	\bar{I}_1	-	\bar{I}_2	+	\bar{I}_g
(Knoten C)			\bar{I}_3	-	\bar{I}_4
(Masche ADC)	$R_1 \bar{I}_1$	-	$R_3 \bar{I}_3$	-	$R_g \bar{I}_g$
(Masche BCD)			$R_2 \bar{I}_2$	-	$R_4 \bar{I}_4$
				+	$R_g \bar{I}_g$

wenn $\bar{I}_g = 0$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

(vgl. Kap 16)

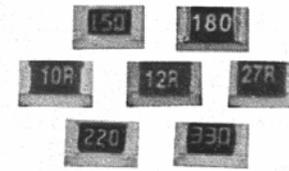
- praktische Bauformen von Widerständen: mit Drahtanschlüssen oder als SMD-Bauelemente



	1. Ring	2. Ring	3. Ring	4. Ring
	-	-	10^{-2}	$\pm 10\%$
	-	-	10^{-1}	$\pm 5\%$
	-	0	10^0	-
	1	1	10^1	$\pm 1\%$
	2	2	10^2	$\pm 2\%$
	3	3	10^3	-
	4	4	10^4	-
	5	5	10^5	-
	6	6	10^6	-
	7	7	10^7	-
	8	8	10^8	-
	9	9	10^9	-

Beispiel: braun-schwarz-schwarz $R=1,0 \times 10^0 = 1 \text{ Ohm}$

**SMD-Widerstände in
Chippausführung 1206**
Bauform 0805 ·
Belastbarkeit T 70: 0,1 W ·
Toleranz 5% · TK $\leq \pm 200 \text{ ppm}$.



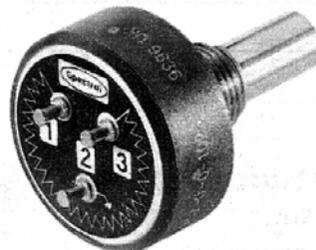
- Widerstände als Kohleschicht auf keramischem Träger sind preiswert, aber Temperaturkoeffizient TK relativ hoch (ca. 10^{-4})
- besser bei Metallschichtwiderständen: $TK=2,5 \times 10^{-5} = 25 \text{ ppm}$ (parts per million)

Potentiometer

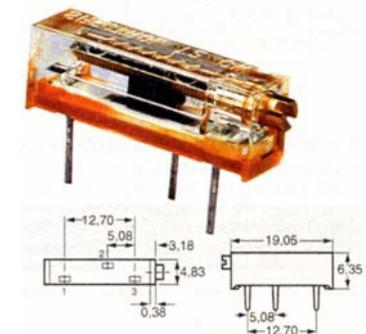
**Leitplastik-Potentiometer,
1 W, 360°**

Typ 357. Widerstandselement
aus Leitplastik.

Technische Daten: Ausführung linear ·
Widerstandstoleranz $\pm 20\%$ · Nennbelastbarkeit 1 Watt bei 70°C



Trimpotentiometer



Übungsaufgaben zu Kap. 14.1 –14.6 : Elektrizitätslehre

961. Welche Spannung besteht zwischen zwei um 50 cm voneinander entfernten Punkten eines 1 mm dicken Kupferdrahtes ($\rho = 0,0178 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$), durch den ein Strom von 6 A fließt?

962. Zwischen zwei um 6 m voneinander entfernten Punkten einer Starkstromleitung (Kupfer, $\rho = 0,0178 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$) von 70 mm^2 Querschnitt wird die Spannung 0,23 V gemessen. Welcher Strom fließt durch die Leitung?

963. Welcher Strom fließt bei vollständigem Kurzschluß durch einen Akkumulator von 2 V und $0,05 \Omega$ Innenwiderstand?

967. Wickelt man von einer Spule 10 m Draht ab, so erhöht sich bei derselben Spannung der Strom von 1,52 A auf 1,54 A. Wieviel Meter Draht enthält die volle Spule?

968. Auf das Wievielfache nimmt der Widerstand eines Drahtes zu, wenn dieser bei unveränderter Masse auf die 10fache Länge gestreckt wird?

975. An einer Sammlerbatterie, deren Ursprungung 6,2 V beträgt, wird bei Entnahme eines Stromes von $I_1 = 5 \text{ A}$ die Klemmenspannung $U_k = 6,1 \text{ V}$ gemessen. Wie groß sind Klemmenspannung und innerer Widerstand bei Entnahme von $I_2 = 20 \text{ A}$?

976. Wie groß sind der innere Widerstand und die Ursprungung einer Spannungsquelle, wenn die Klemmenspannung bei Entnahme von $I_1 = 12 \text{ A}$ bzw. $I_2 = 25 \text{ A}$ die Werte $U_{k1} = 24,6 \text{ V}$ bzw. $U_{k2} = 24,3 \text{ V}$ annimmt?

981. Jedes der auf Bild 221 angegebenen Elemente hat die Ursprungung E , von den Widerständen haben drei den Wert R , einer den Wert $2R$. Wie groß ist die Spannung zwischen den Punkten A und B ?

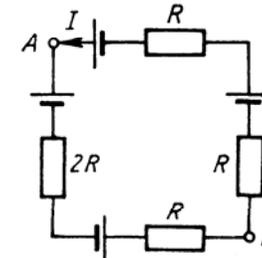


Bild 221

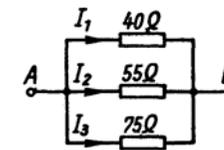


Bild 222

982. (Bild 222) Wie groß sind die Ströme $I_1 \dots I_3$, wenn an den Klemmen A und B die Spannung 65 V liegt?

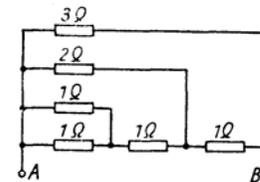


Bild 227

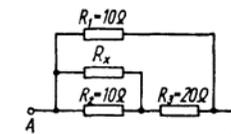


Bild 228

989. (Bild 227) Berechne den Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B .

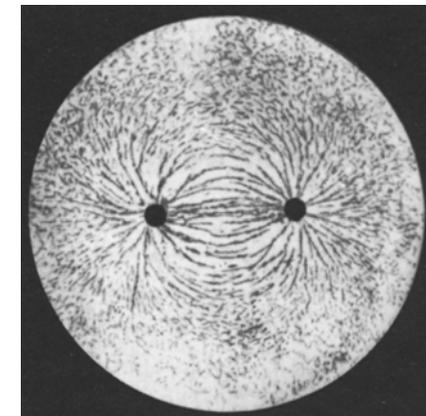
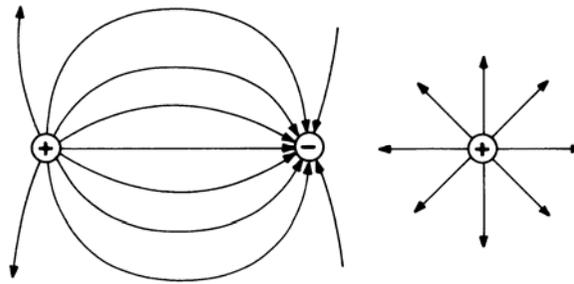
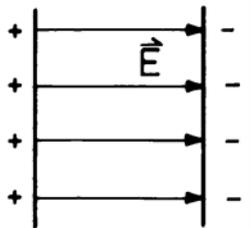
990. Wie groß muß der Widerstand R_x auf Bild 228 gewählt werden, damit der Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen A und B den Betrag $R_{AB} = 7 \Omega$ hat?

991. Innerhalb welcher Grenzen läßt sich der Gesamtwiderstand in der letzten Aufgabe bei beliebiger Wahl von R_x ändern?

14.7 Das elektrostatische Feld

Kraftwirkung auf Ladung im Feld

- **Coulombsches Gesetz** beschreibt Größe der **Kraft** im elektrischen Feld; wird durch elektrisches Feld vermittelt; breitet sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus
- **elektrisches Feld** um Ladung Q definiert man auch durch Kraftwirkung von Ladungen aufeinander (Coulombkraft)
- ist Kraft F , die auf Probeladung q ausgeübt wird: $\vec{E} = \vec{F} / q$
- mit Coulombkraft ergibt sich für den **Betrag** der elektrischen Feldstärke: $E = \gamma \frac{Q}{r^2}$
- Elektrisches Feld ist (wie Gravitationsfeld) ein **Vektorfeld**
- wird durch elektrische **Feldlinien** veranschaulicht (Vereinbarung: Feldlinien beginnen an positiver Ladung)
- Feldlinien können durch **Probeladungen** ausgemessen werden
- Feld heißt **homogen**, wenn Feldlinien in einem Raumgebiet nach Betrag und Richtung gleich sind (z.B. in einem Plattenkondensator)



Arbeit und Energie im elektrischen Feld

- **Verschiebung einer Probeladung Q_1 im elektrischen Feld:**

$$dW = \vec{F} d\vec{s} = Q_1 \vec{E} d\vec{s} = Q_1 |\vec{E}| |d\vec{s}| \cos(\vec{E}, d\vec{s}) \quad \text{d.h. Arbeit um Ladung von a nach b zu bringen:}$$

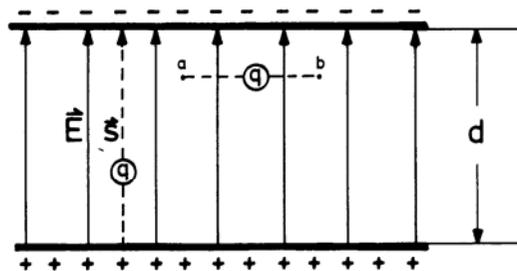
$$W_{ab} = Q_1 \int_a^b E ds \cos(\vec{E}, d\vec{s}) \quad \text{für Entfernung nach unendlich:}$$

$$\varphi = \frac{W_{a\infty}}{Q_1} = \int_a^\infty E ds \cos(\vec{E}, d\vec{s}) \quad \text{heißt **elektrisches Potential** des Punktes a im elektrischen Feld}$$

- damit ist jedem Punkt im elektrischen Vektorfeld ein Potential φ zugeordnet; dieses Potential bildet ein Skalarfeld: heißt **Potentialfeld**
- **Potentialdifferenz** zwischen zwei Punkten ist gleich der Spannung, die zwischen a und b liegt

$$\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = \frac{W_{ab}}{Q_1} = U \quad \text{also} \quad U = \int_a^b \vec{E} d\vec{s}$$

- **Beispiel: Bewegung einer Punktladung im Kondensator**

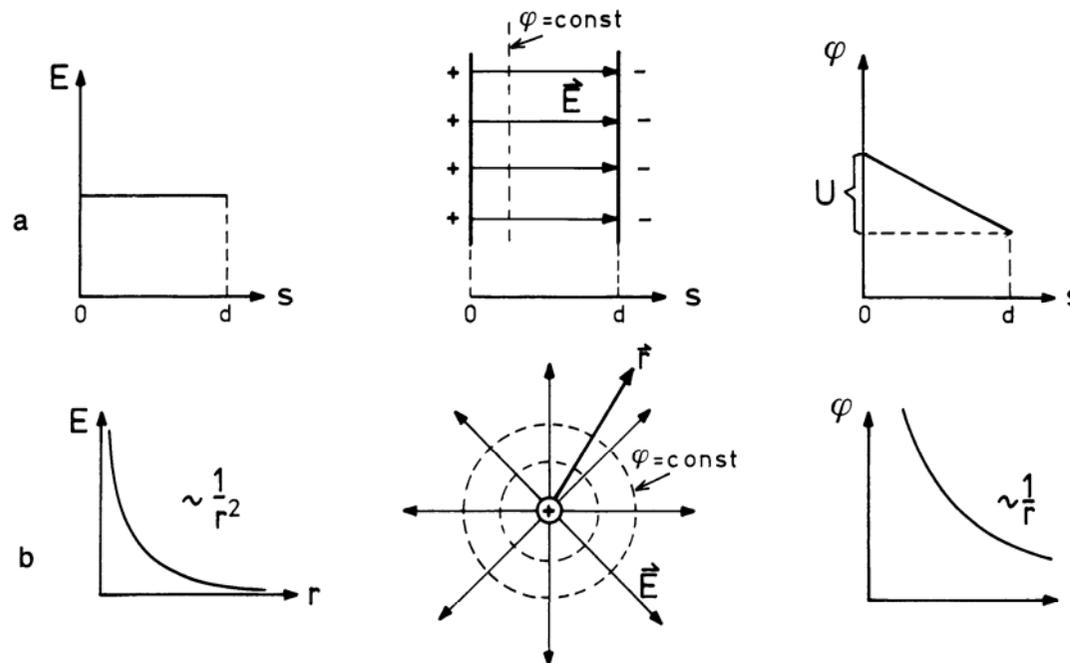


Zur Berechnung der Spannung U zwischen den Platten eines Kondensators.

1. Fall: entlang der Feldlinien $U = \int_0^d \vec{E} d\vec{s} \quad U = Ed$

2. Fall: senkrecht zu Feldlinien $\vec{E} \perp \vec{s}$, daher $U = 0$

- alle Punkte einer zu den Feldlinien senkrechten Flächen haben das gleiche Potential $\varphi = \text{const.}$; diese Fläche heißt **Äquipotentialfläche**
- im **Plattenkondensator**: Flächen senkrecht zu Platten; für **Punktladung**: Kugelflächen



Feldlinien- und Äquipotentialflächenverlauf ($\varphi = \text{const.}$) (a) in einem Plattenkondensator und (b) um eine Punktladung.

- in einem metallischen Leiter verschieben sich alle Ladungen so, dass überall gleiche Ladung existiert: verbundene **elektrische Leiter haben überall dasselbe elektrische Potential**, d.h. keine Spannungsdifferenz (gilt nur in Elektrostatik, nicht wenn Ströme fließen!); Oberfläche ist Äquipotentialfläche
- Erdoberfläche ist ebenfalls leitend: häufig Erdpotential = 0 gesetzt („geerdet“)

Kondensator und Kapazität

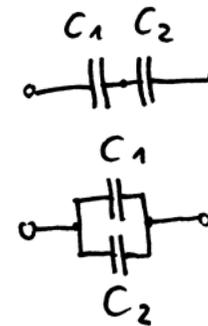
- Ladungstrennung Q durch anliegende Spannung U

$$Q = \varepsilon_0 \frac{A}{d} U \quad \text{zur Abkürzung: } C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \text{ist Kapazität eines Plattenkondensators}$$

- ε_0 ist elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8,855 \times 10^{-12} \text{ CV}^{-1}\text{m}^{-1}$
- Einheit der **Kapazität**: $1 \text{ CV}^{-1} = 1 \text{ As/V} = 1 \text{ F}$ (sprich „Farad“)
- Beispiel: Plattenkondensator $d = 10 \text{ mm}$ und $A = 100 \text{ cm}^2$

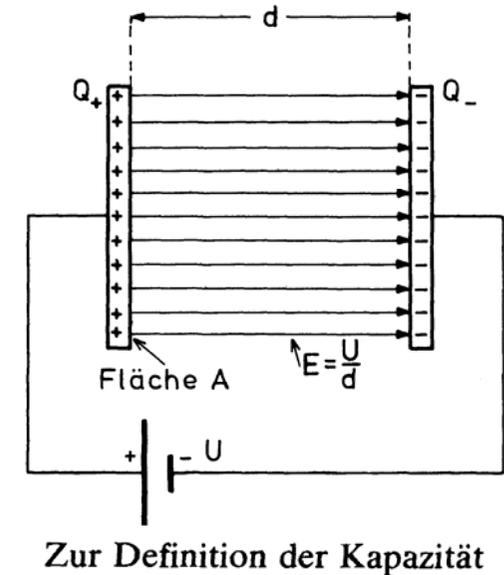
$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 8,9 \text{ pF}$$

- **Reihenschaltung:** $\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ oder $C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$
- **Parallelschaltung:** $C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$



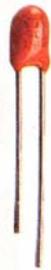
$$C = \frac{Q}{U}$$

C in Farad



Versuch E31 Plattenkondensator

- praktische Bauformen



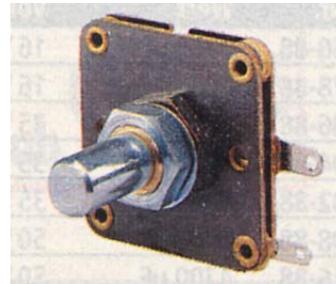
Tropfenform



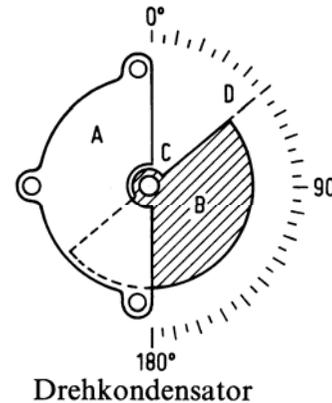
Elektrolyt-Kondensator



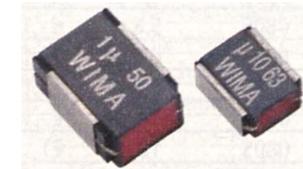
Trimm-Kondensator



Drehkondensator



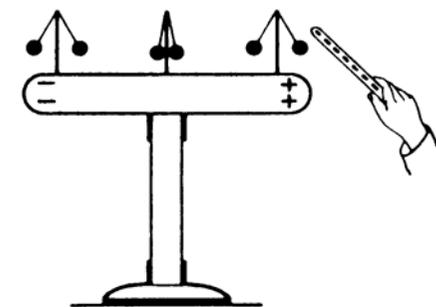
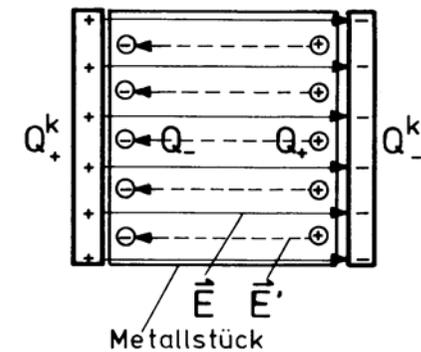
Drehkondensator



SMD-Kondensatoren

Materie im elektrischen Feld

- **Leiter und Nichtleiter** verhalten sich im el. Feld unterschiedlich
- **Leiter im Feld:** auf freie Ladungsträger wirkt äußeres Feld $F = -eE$, d.h. freie Elektronen im Metall werden an Oberfläche gezogen (Nähe positive Platte); bis **Coulombkraft** der ladungstrennenden Kraft entgegengesetzt **gleich groß** ist
- dann ist „influenzierte“ Ladung gleich Ladung auf Kondensatorplatte
- Vorgang der Aufladung von Oberflächen von Leitern ist **Influenz**
- Da $Q^k = -Q$ wird äußeres Feld komplett abgeschirmt, d.h. das Innere eines Leiters ist feldfrei: **Faradayscher Käfig**
- Bei **metallischem Leiter** sitzt Ladung nur auf **Oberfläche**

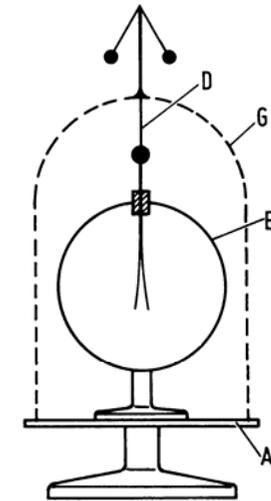
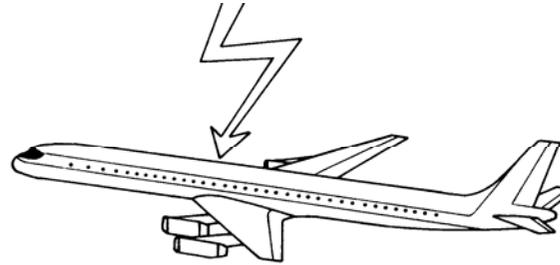
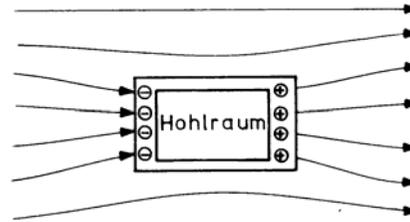


Nachweis der elektrischen Influenz

Versuch E40

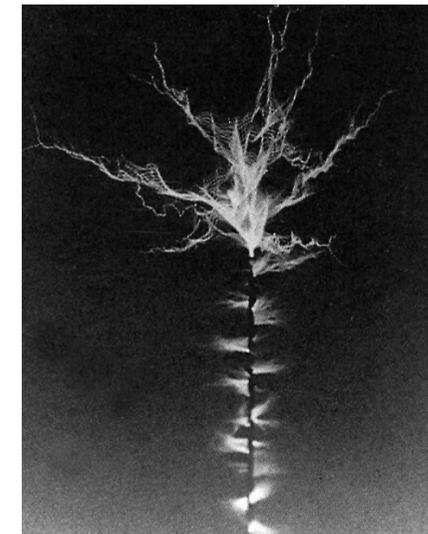
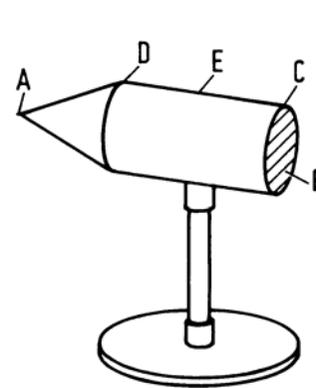
Elektroskop im Faraday-Käfig

- Effekt kann benutzt werden, um einen **Raum feldfrei** zu machen: Raum wird mit metallischen Wänden umgeben
- Passagiere im Flugzeug oder Auto gegen Blitze geschützt, da Faraday'scher Käfig

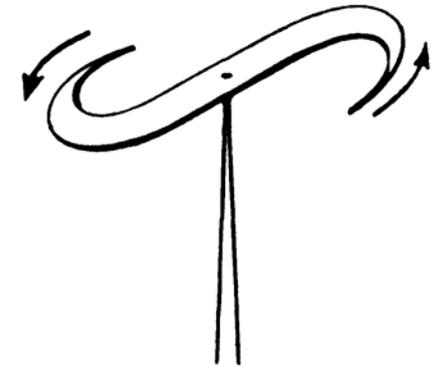


Wirkung des Faraday-Käfigs

- **Ladungsdichte** auf leitender Kugel ist überall gleich
- an Spitze ist **Ladungsdichte** aber größer (aber trotzdem Äquipotentialfläche)
- ist groß, wenn Krümmungsradius klein ist
- Elektronen können an Spitzen austreten: Feldemission
- **Entladung** zuerst an Ecken und Spitzen



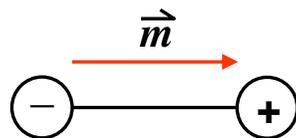
- kann am „elektrischen Flugrad“ beobachtet werden: Nach negativer Aufladung dreht sich das Rad, bis Ladung abgegeben



Elektrisches Flugrad

Kräfte auf elektrischen Dipol im elektrischen Feld

- **elektrischer Dipol:** Zwei Punktladungen Q_+ und Q_- mit festem Abstand l



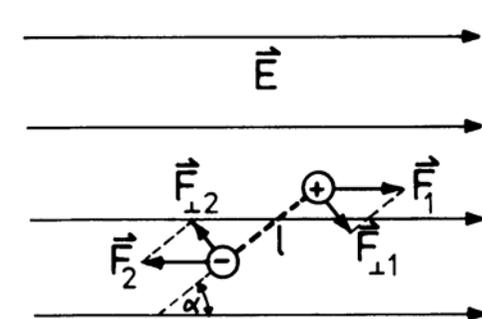
- der Betrag des Dipolmoments bei $Q_+ = -Q_-$:

$$m = Ql$$

- Kraft auf Dipol führt zu dem **Drehmoment M** und damit zu einer Drehung, bis $\alpha = 0$ (parallel zum äußeren Feld)

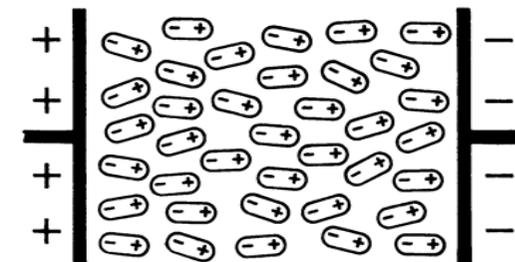
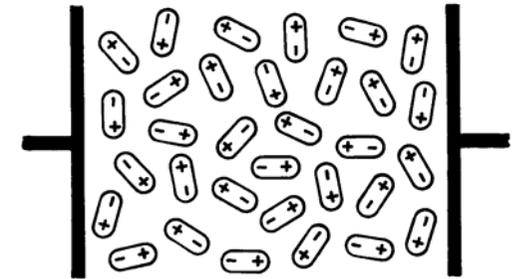
$$M = F_{\perp} l = QE l \sin \alpha = m E \sin \alpha$$

Versuch Dipol



Kräfte auf einen elektrischen Dipol im homogenen elektrischen Feld.

- **Nichtleiter (Dielektrikum) im Feld:** Dielektrikum enthält **keine freien Ladungsträger**; sind fixiert und örtlich gebunden
- im Feld erfolgt Ausrichtung als kleine Auslenkung aus Gleichgewichtslage; einzelne Teilchen (Atome, Moleküle) werden **polarisiert**
- Teilchen werden zu **elektrischen Dipolen**; heben sich im Inneren auf, resultierender Dipol nur an Oberflächen
- kann **äußeres Feld** im Inneren nur **vermindern**, aber nicht kompensieren

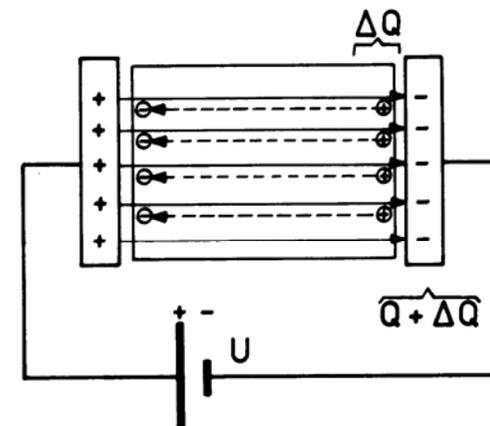


Dielektrikum im Feld

- die Kapazität eines Kondensators erhöht sich um einen Faktor, der **Dielektrizitätskonstante ϵ_r** heißt
- Ursache, teilweise wird Ladung auf Platten kompensiert, d.h. es fließt zusätzliche Ladung ΔQ auf Kondensator (Kapazität erhöht sich; $C=Q/U$)
- $\epsilon_r = 1 \dots >1000$

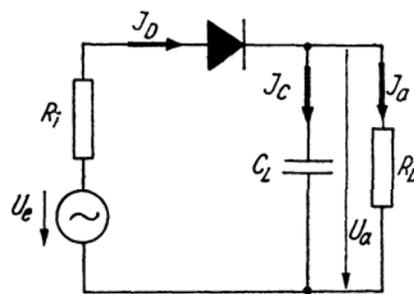
$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ_0 ... elektrische Feldkonstante ($8,855 \times 10^{-12} \text{ CV}^{-1}$)



Kondensator mit Dielektrikum

- die Erhöhung der Kapazität eines Kondensators durch **Dielektrikum** wird für technische Kondensatoren ausgenutzt
- **Kapazität/Volumen** soll möglichst groß sein
- weitere Funktion des Dielektrikums: **Isolation**
- **Elektrolyt-Kondensator**: dünne Oxidhaut wird auf Al-Folie gebildet; andere Elektrode ist Elektrolyt; bei Durchschlag (zu hohe Spannung) bildet sich Oxidschicht erneut
- ist dann **polarisiert** (+ / - nicht vertauschbar), d.h. immer Gleichspannungsanteil > Wechselspannungsanteil nötig
- **hohe Kapazität** möglich, da Oxidschicht sehr dünn ist; benutzt man bspw. bei Gleichrichtung



Einweggleichrichter
mit Ladekondensator

	ϵ_r
Glas	6
Rutil (TiO_2) zur opt. Achse	170
Eis (bei -20°C)	16
Bariumtitanat (BaTiO_3)	etwa 1000
Benzol	2,3
Glycerin	41
Wasser (bei 0°C)	88
Luft	1,000 59
Helium	1,000 06

$$C_{\text{Plattenkondensator}} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

$$C_{\text{Kugelkondensator}} = 4\pi \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \frac{r_a \cdot r_i}{r_a - r_i}$$

$$C_{\text{Zylinderkondensator}} = \frac{2\pi \epsilon_r \epsilon_0 h}{\ln(r_a/r_i)}$$

$$C_{\text{Paralleldrahtsystem}} = \frac{\pi \epsilon_r \epsilon_0 l}{\ln(d/r)}$$

Energieinhalt des elektrischen Feldes im Kondensator

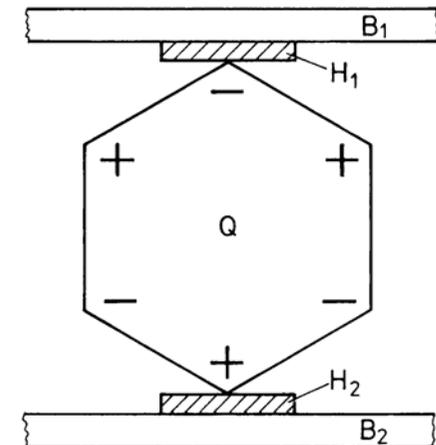
- elektrische Feldenergie eines geladenen Kondensators: Verschieben Ladung Q zwischen Platten über Strecke d

$$W = \int_0^d F \, ds = \int_0^d QE \, ds = \int_0^{U_{\max}} Q \, dU = \int_0^{Q_{\max}} \frac{Q}{C} \, dQ = \frac{1}{2} \frac{Q_{\max}^2}{C} = \boxed{\frac{1}{2} C U_{\max}^2}$$

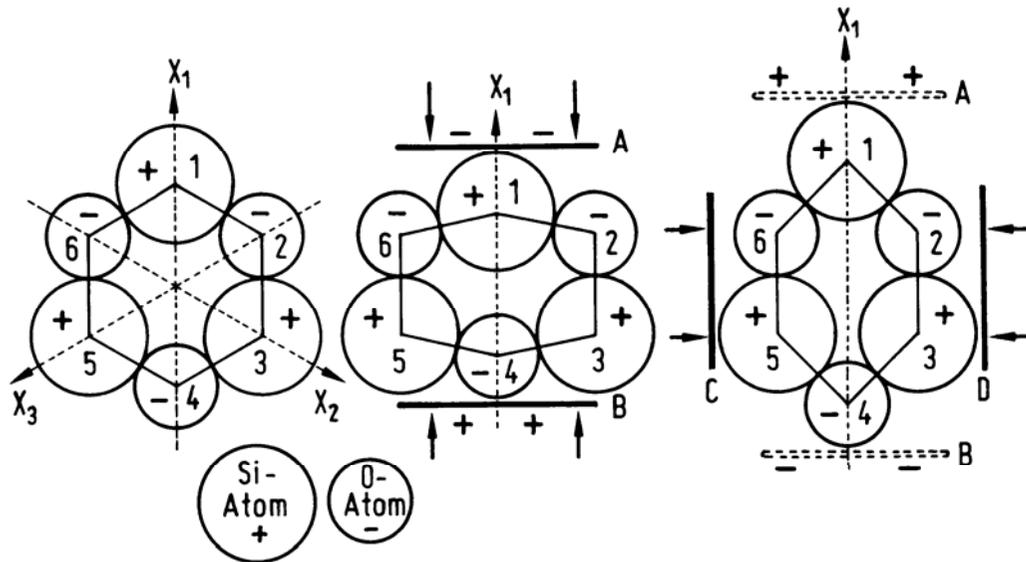
Piezo- und Pyroelektrizität

- ein Kristall mit **ionischer Bindung** wird durch elektr. Feld **polarisiert**; ist auch durch **mechanische Spannung** möglich: es entstehen elektrische Dipole; Material wird polarisiert
- z.B. Quarzkristalle: bei äußerem Druck lässt sich Spannung nachweisen
- Anwendung:** Messung von Druck, Gasanzünder, Feuerzeug

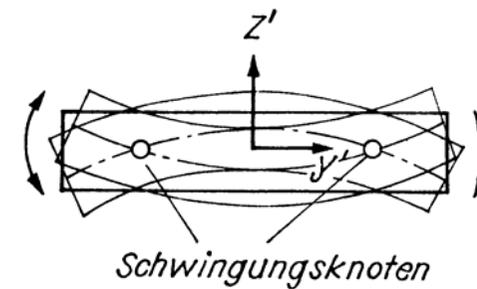
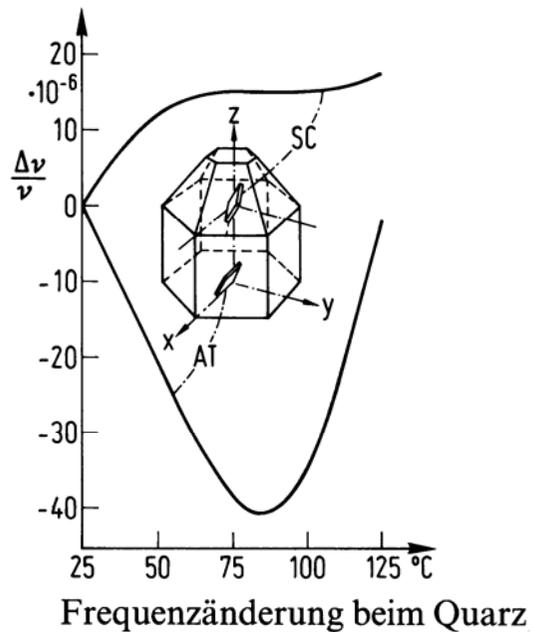
Versuch E 58 Piezoelektrizität



Piezoelektrizität beim Quarz durch Druck



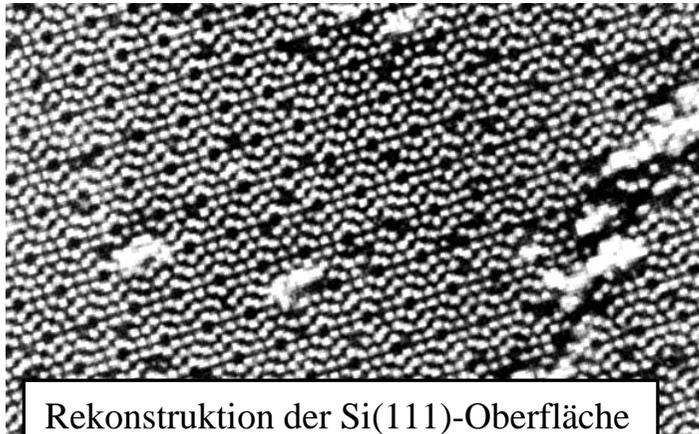
Zur Entstehung der Piezoelektrizität



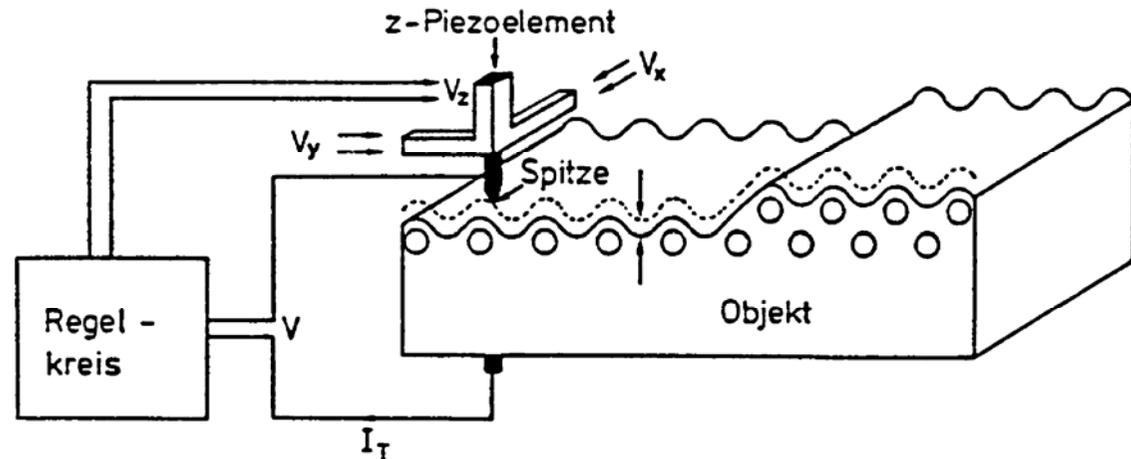
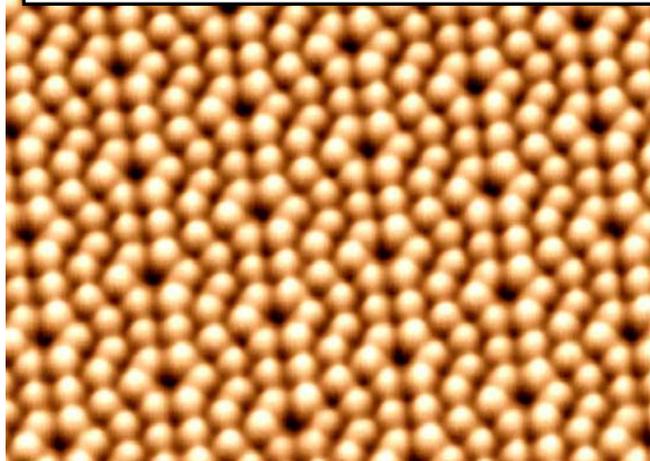
- weitere Anwendung als **Schwingquarz**; Erzeugung Frequenzstabiler elektrischer Schwingungen; Anregung von mechanischen Schwingungen über aufgedampfte Elektroden; wird sehr häufig als **Zeitnormal** verwendet (Quarzuhren, Computer usw.)

- bei Verformung durch Erwärmung: ähnlicher Effekt - **Pyroelektrizität**

- Anlegen einer Spannung an Piezoelement führt zur mechanischen Deformation; dadurch geringste Längenänderungen möglich ($\ll 1\text{nm}$); Anwendung: Rastertunnelmikroskop (STM: scanning tunneling microscope)
- Binnig und Rohrer: Physiknobelpreis 1986
- dreidimensionale Abbildung von Oberflächen mit atomarer Auflösung



Rekonstruktion der Si(111)-Oberfläche
($a = 0,54\text{ nm}$)



Grundprinzip der Rastertunnelmikroskopie (STM). Eine Spannung V_z wird an das z-Piezoelement gelegt, um mit Hilfe des Regelkreises den Tunnelstrom konstant zu halten, während die Spitze über das Objekt durch Variationen von V_x und V_y zeilenförmig gerastert wird.

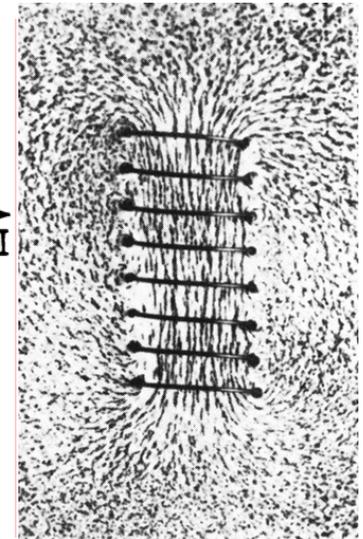
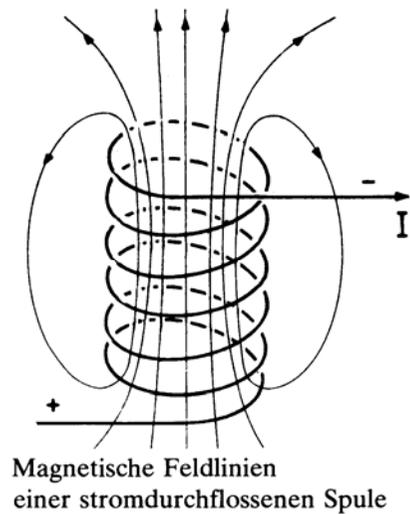
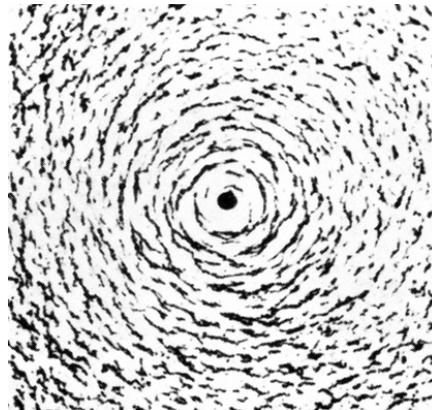
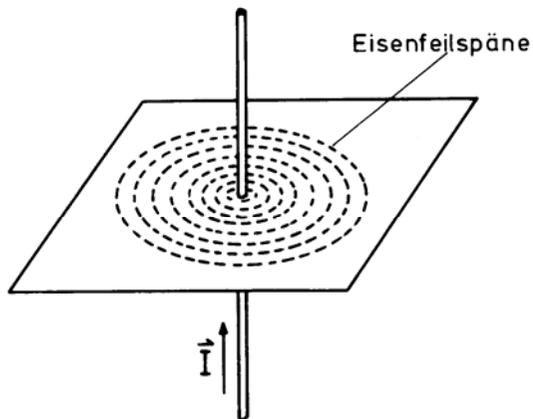
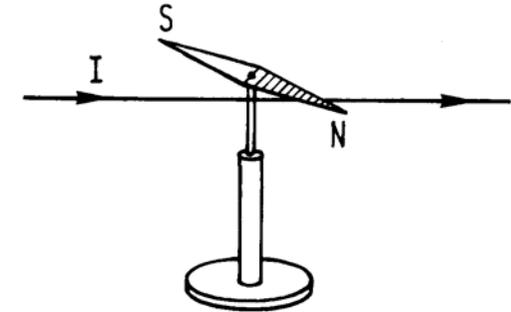
- Spitze kann mit einer Genauigkeit von $< 0,01\text{ nm}$ positioniert werden (Bruchteil eines Atomabstandes)
- Problem: Spitze oft nicht ideal - hat evtl. mehrere Atome, die Tunnelstrom erzeugen
- STM ist heute Standardinstrument in der Oberflächenphysik

14.8 Das Magnetfeld

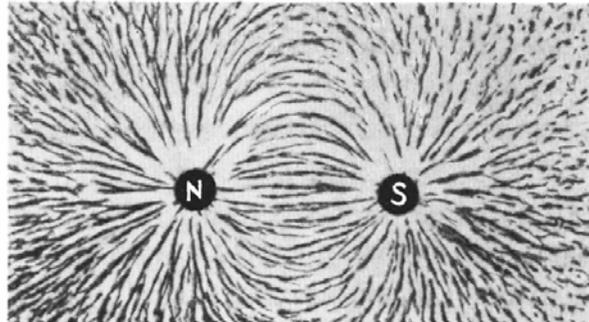
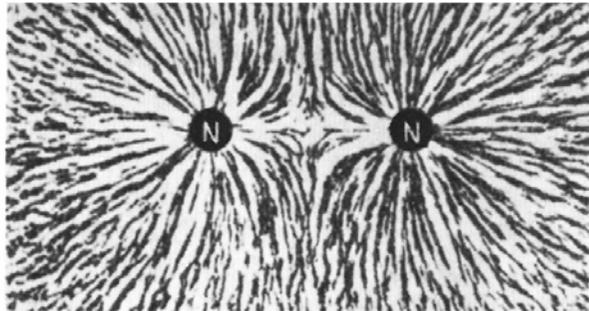
- schon seit Altertum bekannt: magnetische Kräfte z.B. am Fe_3O_4 (Magnetisenstein)
- Magnetfeld wird durch **Dauermagnete** (Permanentmagnete) oder durch **Stromfluss** erzeugt

magnetische Feldstärke und magnetische Induktion

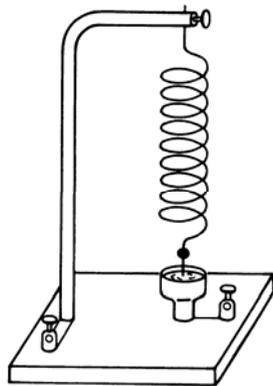
- magn. keine magnetische „Punktquellen“, sondern nur **magnetische Dipole** (Nordpol und Südpol)
- ist wesentlicher Unterschied zu elektrischen Feldern
- Feldlinien von **Nord- zum Südpol**



Feldlinienbild zweier gleichnamiger Magnetpole



Feldlinienbild zweier ungleichnamiger Magnetpole



- Ende der Spule in leitfähiger Flüssigkeit (Salzlösung, Hg)
- bei Stromfluss hebt und senkt sich die Spule periodisch (ähnlich Klingel)

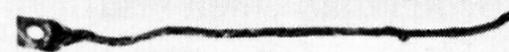
- große Ströme aus Kondensatorbatterie
- Leiterstrukturen ziehen sich zusammen



Kupferblech $300 \cdot 75 \cdot 0,2 \text{ mm}^3$



Kupferrohr 300 mm lang
Wandstärke 0,3 mm



Reuse mit 8 Drähten von 4 mm Durchmesser

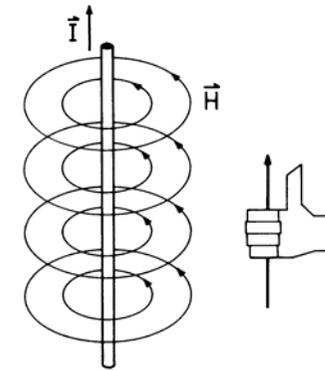


Elektrodynamische Wirkungen von Stoßströmen
200 000 A, Entladungsdauer 30 μs

- **Richtung** der magnetischen Feldlinien durch „**rechte Hand-Regel**“
- im Inneren einer langen stromdurchflossenen Spule gilt:

$$H = I \frac{n}{l}$$

H ... Magnetische Feldstärke
 I ... Stromstärke
 n ... Windungszahl (für $l > r$, d.h. lange Spule)
 l ... Länge der Spule



Magnetische Feldlinien \vec{H}
 um einen stromdurchflossenen Leiter
 (Rechte-Hand-Regel)

- SI-Einheit der **magn. Feldstärke** ist $A \cdot m^{-1}$
- die **magnetische Induktion B** (auch **magnetische Flussdichte**) ist:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

μ_0 ... **magnetische Feldkonstante im Vakuum (Induktionskonstante)**
 $\mu_0 = 1,256 \times 10^{-6} \text{ Vs/Am}$

- SI-Einheit von B: Tesla $1T = 1 \text{ Vs/m}^2$ ($1T = 10000 \text{ Gauss}$ (veraltet)); im Materie-erfüllten Raum gilt:

$$\vec{B} = \mu_{\text{rel}} \mu_0 \vec{H}$$

μ_{rel} ... **relative Permeabilität** (dimensionslos)

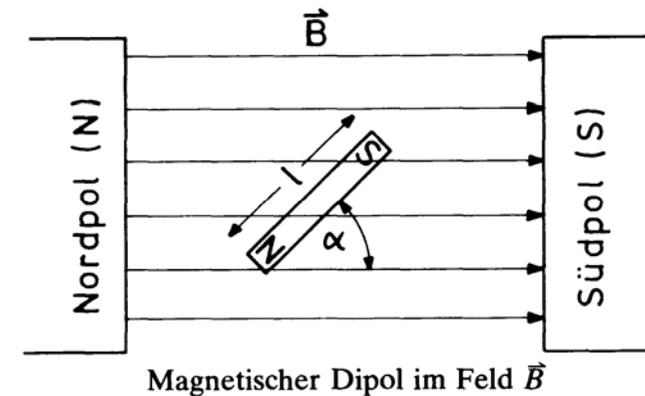
- μ_{rel} beschreibt Eigenschaften der Materie im magnetischen Feld (ähnlich der Dielektrizitätskonstanten ϵ_{rel})
- Stoff heißt:
 - diamagnetisch** wenn $\mu_{\text{rel}} < 1$ (z.B. Wasser)
 - paramagnetisch** wenn $\mu_{\text{rel}} > 1$ (hängt nicht von Feldstärke ab, z.B. Luft)
 - ferromagnetisch** wenn $\mu_{\text{rel}} \gg 1$ (z.B. 10^6), es gilt $\mu_{\text{rel}} = \mu_{\text{rel}}(H)$
- Ferromagnete sind bspw. Eisen, Kobalt, Nickel und Verbindungen, die solche Elemente enthalten; können permanent magnetisiert sein

Kräfte auf einen magnetischen Dipol

- magnetischer Dipol dreht sich im äußeren Magnetfeld (Kompassnadel), d.h. mechanisches **Drehmoment** tritt auf

$$M = mB \sin \alpha$$

m ... magnetisches Dipolmoment
M ... mechanisches Drehmoment



Induktionsvorgänge

- nicht nur Feld entsteht durch Stromfluss, auch umgekehrt \Rightarrow Erregung elektromagnetischer Felder durch zeitlich veränderliche Magnetfelder ist: **elektromagnetische Induktion** (nicht zu verwechseln mit der magnetischen Induktion B)

- Definition des **magnetischen Flusses** Φ (SI-Einheit: Vs)

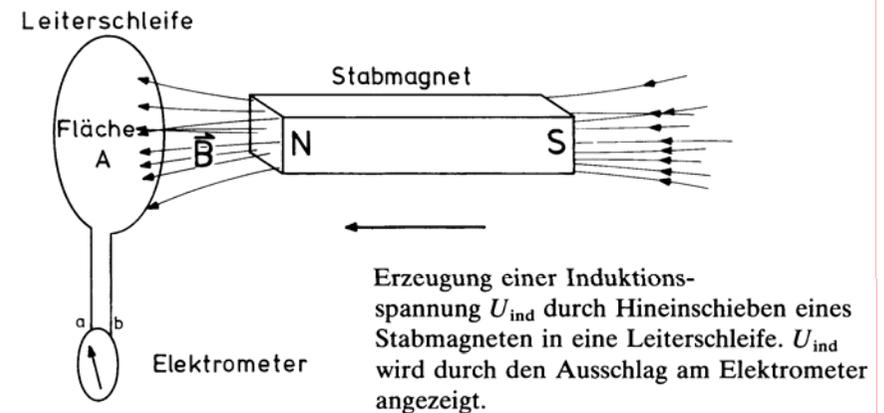
$$\Phi = \vec{B} \vec{A} = BA \cos \alpha$$

A ... Fläche

Versuch E201 elektromagn. Induktion

- in Leiterschleife induzierte Spannung ist gleich der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses: **Induktionsgesetz**
- induzierter Strom baut Magnetfeld auf, das äußerem entgegengesetzt ist, daher **Minuszeichen (Lenzsche Regel)**

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$



- Lenzsche Regel:** induzierter Strom ist immer Ursache entgegengesetzt

Versuch E205 Lenzsche Regel

- wenn die Änderung von Φ durch Änderung der „effektiven“ Fläche:
z.B. **Drehen einer Leiterschleife** im Magnetfeld mit konstanter Drehgeschwindigkeit, d.h. Winkel $\alpha = \omega t$

$$U_{\text{ind}} = -\vec{B} \frac{d\vec{A}}{dt}$$

$$\Phi = \vec{B}\vec{A} = BA \cos \omega t, \text{ d.h.}$$

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega BA \sin \omega t = U_0 \sin \omega t$$

Es entsteht eine sinusförmige Wechselspannung (**Dynamomaschine**, vgl. Kap 16).

Die Lorentz-Kraft

Versuch E87 Lorentz-Kraft

- bewegte Ladungen erzeugen Magnetfeld: im äußeren Feld ergibt sich Kraftwirkung beider Felder: **Lorentzkraft**

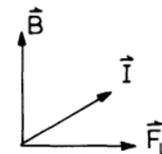
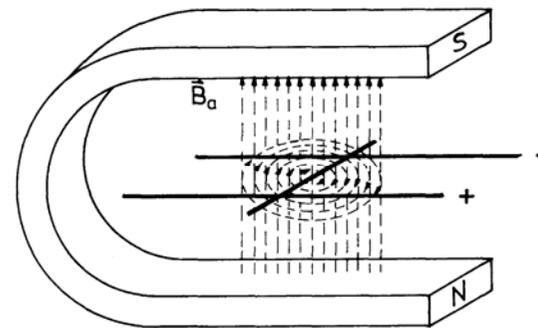
$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

wenn durch Leiterstück l Strom I fließt:

$$F_L = nevB \quad \text{mit} \quad nevB = QvB = QB \frac{l}{t} = IBl$$

$F_L = IBl$ falls Magnetfeld nicht senkrecht:

$$F_L = IBl \sin \alpha$$



Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter. Auf die beiden festen Leiterdrähte ist ein Drahtstück quer aufgelegt, das durch die Lorentz-Kraft \vec{F}_L nach rechts verschoben wird.

- für Bestimmung der **Richtung** der Lorentz-Kraft gilt **Dreifingerregel**

Die Selbstinduktion

- Leiterschleife, durch die ein Strom fließt, baut Magnetfeld um sich auf, das in ihr selbst eine Spannung induziert: **Selbstinduktion**

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{dI}{dt}$$

- Proportionalitätskonstante heißt **Induktivität L**

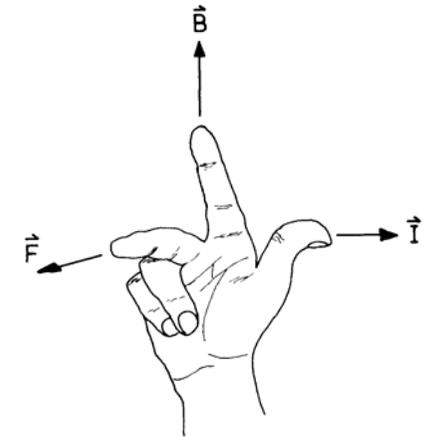
$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$$

- Minuszeichen, da induzierte Spannung der äußeren entgegengesetzt

- ist **Induktionsgesetz** für Spule

- Induktivität hängt vom Bau der Spule ab; Kernmaterial mit hoher Permeabilität μ_{rel} erhöht Induktivität

- SI-Einheit für L: Vs/A = H (Henry)



Dreifinger-Regel der rechten Hand zur Festlegung der Richtung von \vec{F} , \vec{I} und \vec{B} bei der Lorentz-Kraft.

$$L = \mu_0 \mu_{\text{rel}} \frac{n^2 A}{l}$$

Magnetfelder des menschlichen Körpers

- Erdmagnetfeld: 10^{-4} T; im Körper: 10^{-9} ... 10^{-14} T; können in speziellen Labors gemessen werden; entstehen durch Bioströme oder statisch durch Aufnahme durch z.B. Fe_3O_4
- MRT (magnetische Resonanztomographie): 1-3T
- Löschen von Magnetkarten: 1 mT
- Störung des Herzschrittmachers: 0.5 mT

14.9 Zeitabhängige Spannungen und Ströme

Ein- und Ausschaltvorgänge beim Kondensator

- Spannung U_0 wird über R an C angelegt; Spannung liegt nicht sofort an, sondern erhöht sich langsam
- Ursache: Spannungsabfall an R infolge des fließenden Stromes

$$U_0 = IR + \frac{Q}{C} \quad (\text{nach Maschensatz})$$

bilden zeitl. Ableitung: $\frac{dU_0}{dt} = \frac{dI}{dt} R + \frac{dQ}{dt} \frac{1}{C}$

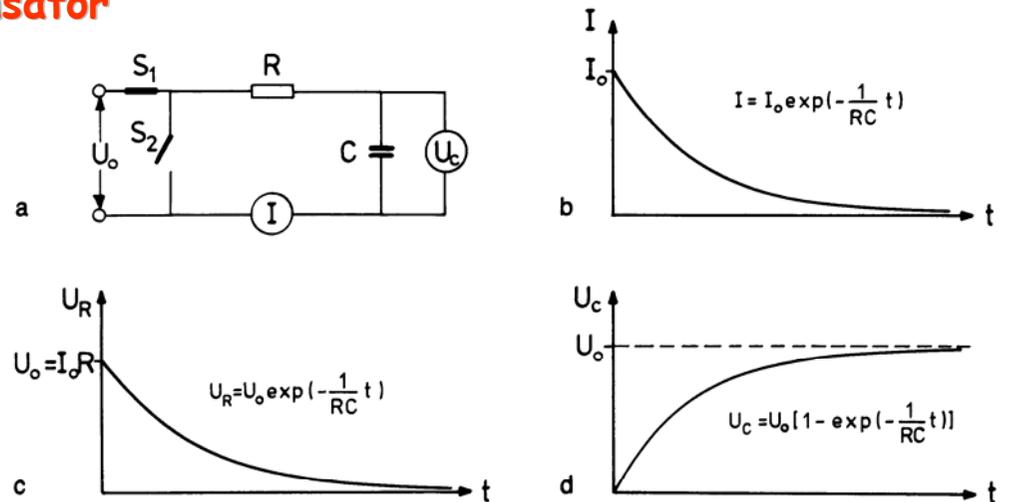
U_0 ist zeitl. konstant, mit $dQ = I dt$

daher: $\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt$ nach Integration:

$\ln I = -\frac{1}{RC} t + K$ aus Anfangsbedingung $I(t=0) = I_0$ folgt $\ln I_0 = K$

$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{1}{RC} t$ oder $I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

- $\tau = RC$ heißt **Zeitkonstante** des Kondensators
- gilt im Prinzip auch für Entladekurve



Aufladen eines Kondensators über einen Widerstand R : (a) Schaltkreis, (b) Aufladestrom $I(t)$, (c) Spannungsabfall $U_R(t)$ an R , (d) Kondensatorspannung $U_C(t)$.

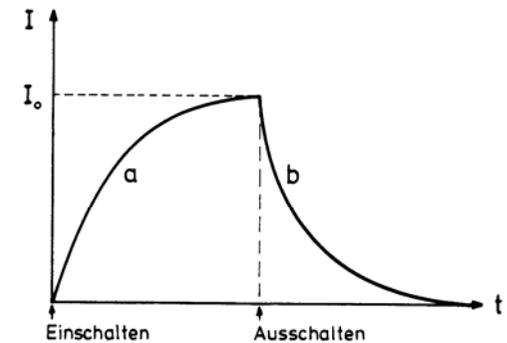
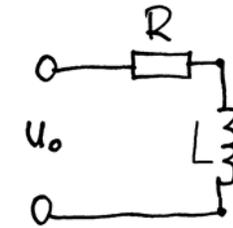
Ein- und Ausschaltvorgänge bei einer Spule

- auch bei Anlegen einer Spannung an Spule: **Zeitverhalten**

$$U_0 - L \frac{dI}{dt} = IR \quad \text{analog zu Kondensator:}$$

$$I = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-t \frac{R}{L}})$$

Versuch E233 Selbstinduktion

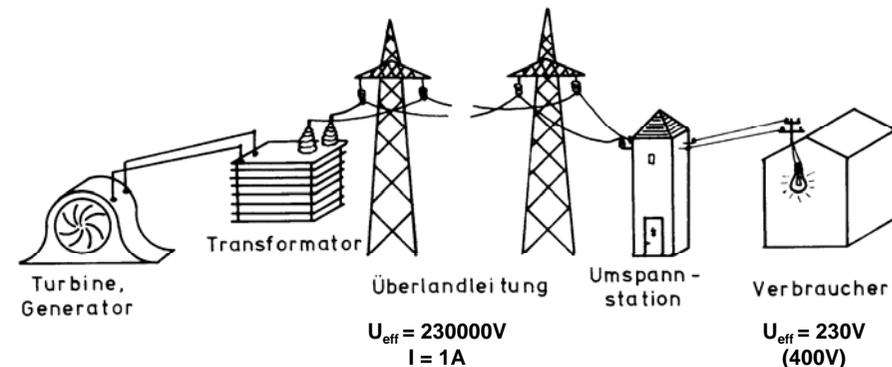


(a) Ein- und (b) Ausschaltverhalten des Stromes $I(t)$ in einer Spule

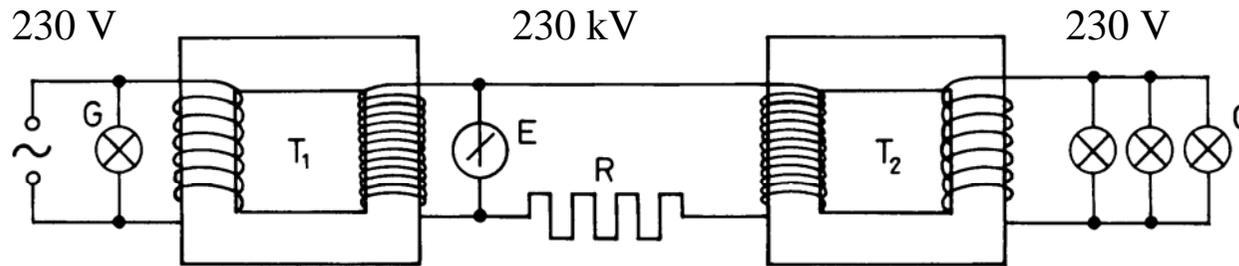
Wechselstrom und Drehstrom

- **Netzspannung** ist Wechselspannung mit nominal: 230V und 50 Hz; im Haushalt ist Innenwiderstand $R_i < 1\Omega$
- ist leicht in jede nötige Spannung zu transformieren
- Transport als **Hochspannung** z.B. 230 kV; Umspannstationen im Wohngebiet liefern Drehstrom

- Drehstrom wird durch **Generator** erzeugt, der 3 Spulen mit 120° Versatz enthält
- Spannungen sind je 120° ($2\pi/3$) phasenverschoben



- Spannungen gegeneinander ca. 400V, gegen Erde 230V; einige Verbraucher im Haushalt verwenden direkt **3 Phasen des Drehstroms** (z.B. Elektroherd mit speziellem Anschluss)



Versuch zur elektrischen Energieübertragung

- bei 230V und einer entnommenen Leistung von 5 kW (ein Haushalt) beträgt Strom: $I = P/U = 5000\text{VA}/230\text{V} = 21,7 \text{ A}$ (wegen $P = U I$)
- Widerstand einer Stromversorgungsleitung (Versorgungskabel aus Cu mit ca. 100m Länge und Drahtdurchmesser von 1mm) :

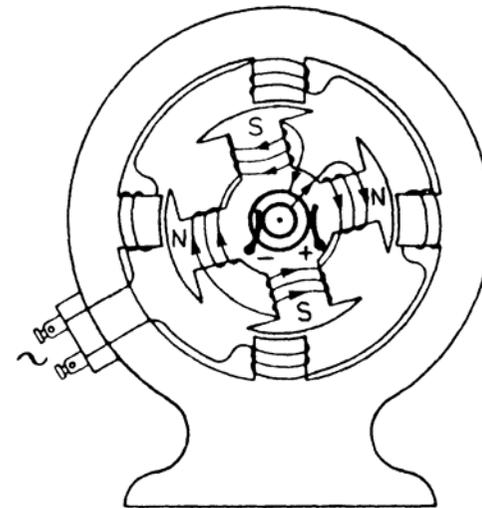
$$R = \rho \frac{l}{\pi D^2} = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot \frac{2 \cdot 100\text{m}}{\pi \cdot 0,001^2 \text{m}^2} = 1,0 \Omega$$

- damit wird Spannungsabfall $U_{\text{Verlust}} = I R = 21,7 \text{ V}$ (evtl. gerade noch akzeptabel)
Verlustleistung ist $P_{\text{Verlust}} = U_{\text{Verlust}} I = 470,9 \text{ W}$ (9,4%)
- Betrieb eines Mehrfamilienhauses mit $P = 30 \text{ kW}$ an solch einer Leitung unmöglich
- nach Transformation auf 230 kV: Strom $I = 21,7 \text{ mA}$; $P_{\text{Verlust}} = 0,472 \text{ mW}$ ($9,4 \times 10^{-6} \%$)
- daher: **elektrische Energie** wird über **größere Strecken** mit **Hochspannung** transportiert

Dynamomaschine

- Hauptanteil unserer Energie wird mit **Dynamomaschinen** gewonnen (Kraftwerke, Windenergie, Lichtmaschine)
- Ausnahmen: Solarenergie, Brennstoffzelle
- Prinzip: in Magnetfeld bewegte Leiterschleife erzeugt Wechselspannung (vgl. Kap. 14.8)
- für große Leistungen (>100 kW) muss man Schleifkontakte für erzeugte Spannung (Lastspulen) vermeiden
- **Spulen** daher **stationär**, Magnetfeld im Inneren wird gedreht; nur Gleichstrom für Magnetfeld wird über Schleifkontakte übertragen
- **Elektromotor**: Umkehrung der Dynamomaschine

Versuch E215 Dynamomaschine



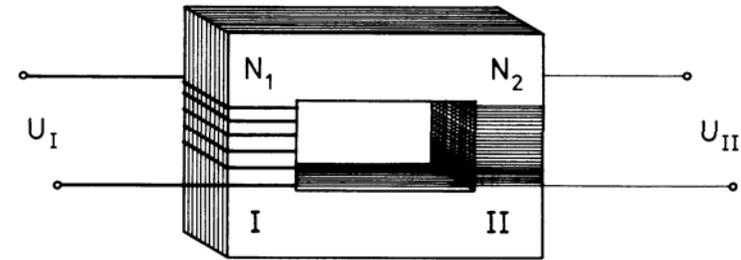
Wechselstromgenerator

Transformator

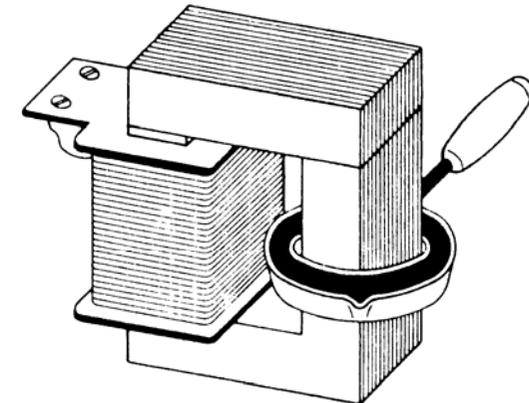
- Energieübertragung mit Hochspannung; in der Nähe des Verbrauchers: Transformation zu niedrigen Spannungen
- es werden im Haushalt unterschiedliche Spannungen benötigt: Hochspannung für Bildschirme; Niederspannung, z.B. Klingel
- nach **Induktionsgesetz** entsteht in Wicklung 2 eine Spannung, wenn durch Wicklung 1 ein **Wechselstrom** fließt
- Spannungen U_I und U_{II} verhalten sich, wie die Windungszahlen N_1 und N_2

$$\frac{U_I}{U_{II}} = - \frac{N_1}{N_2}$$

- negatives Vorzeichen wegen Phasenverschiebung zwischen U_I und U_{II}
- wird N_2 sehr klein gewählt, ist Spannung ebenfalls sehr klein, aber Strom ist sehr hoch (geringer Widerstand von N_2 und geringer Innenwiderstand von U_{II}): **Induktionsofen**



Transformator



Modellversuch zum elektrischen Induktionsofen

Versuch E244

Modell zum Induktionsschmelzen

Versuch E239

Hochstromtrafo

Wechselstromkreis: kapazitiver Widerstand

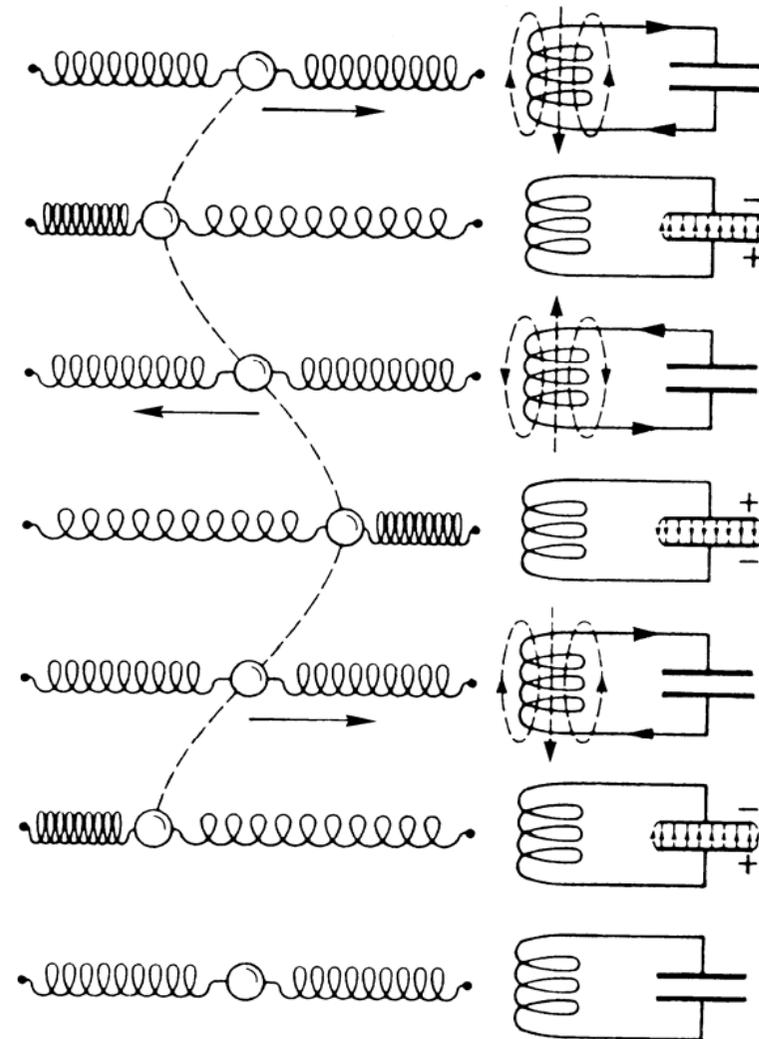
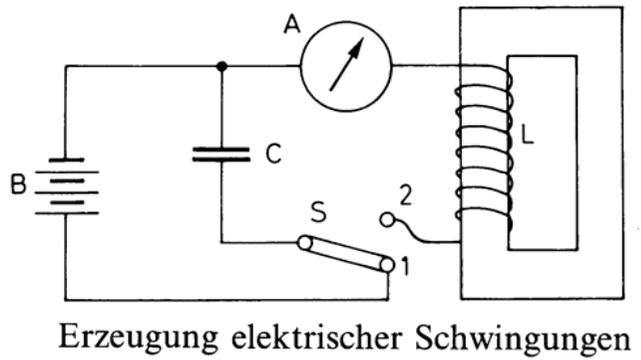
- im **Gleichspannungskreis** fließt nur kurze Zeit Strom durch Kondensator
- im **Wechselstromkreis** wird Ladung und Entladung ständig wiederholt: ständiger Stromfluss
- Wechselstromwiderstand des **Kondensators** (ohne vorgeschalteten R): $R_{\text{kap}} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$
- d.h. geringer Widerstand für große Kapazität
- Besonderheit: bei diesem Stromfluss wird **keine** elektrische Energie verbraucht!
- Energie, die in Kondensator hineinfließt, wird bei nächster Halbwelle komplett wieder entnommen, daher ist Kondensator ein **Blindwiderstand** oder **Scheinwiderstand**
- **Spannung** folgt aber **Strom** mit einer **Phasenkonstanten** von **90°** ($\pi/2$) **nach**
- Spannung ist maximal, wenn Ladung am größten ist, d.h. wenn Strom auf Null abgefallen ist

Wechselstromkreis: induktiver Widerstand

- für Spule im Wechselstromkreis
- **Spannung** eilt hier **Strom** um **90°** **voraus**
- während R_{kap} mit größerer Frequenz kleiner wird, nimmt R_{ind} mit Frequenz zu

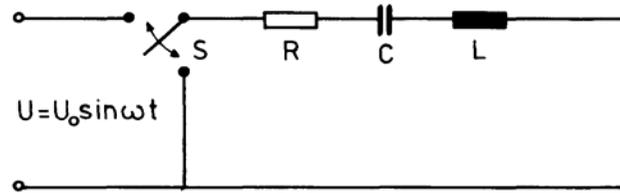
$$R_{\text{ind}} = \omega L = 2\pi fL$$

Der Schwingkreis



Entstehung mechanischer und elektrischer Schwingungen

- Serienschwingkreis:



ohne Dämpfung (R=0):

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \text{d.h.} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{bzw.}$$

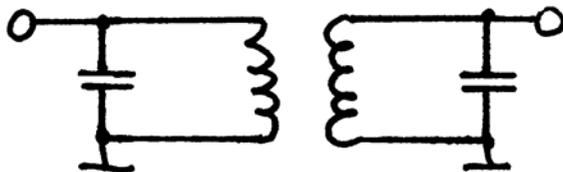
$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

- Resonanzfrequenz im gedämpften Schwingkreis (R ≠ 0):

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

ist **Thomsonsche Schwingungsgleichung**
(Serienschwingkreis)

- beim Schwingkreis werden **periodisch die magnetische Feldenergie** der Spule in die **elektrische Feldenergie** des Kondensators umgewandelt
- **gekoppelte Schwingkreise:** erzwungene Schwingung im Sekundärkreis



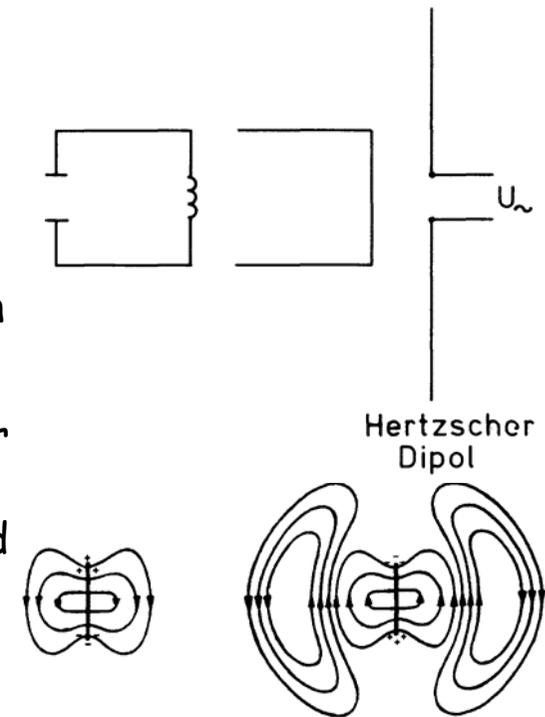
- Kopplung kann **induktiv** (wie im Beispiel) oder **kapazitiv** erfolgen
- wenn beide Schwingkreise die gleiche Eigenfrequenz: Analogon zu mechanisch gekoppelten Schwingungen (vgl. Kap. 6.6)

Elektromagnetische Wellen

- Schwingkreis für sehr hohe Frequenzen kann einfach aus einem Draht bestehen, der auch noch auseinander gezogen wird: der **Hertz'sche Dipol**
- von einem solchen Dipol lösen sich die Feldlinien ab und breiten sich als elektromagnetische Wellen frei im Raum aus
- Dipol wird so zur **Sendeantenne**; am Empfangsort dient solcher Dipol zur Umwandlung der elektromagnetischen Strahlung in elektrische Spannung; diese elektrische Wechselspannung wird Schwingkreis zugeführt zur Frequenztrennung
- Wellenlänge λ der Strahlung:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

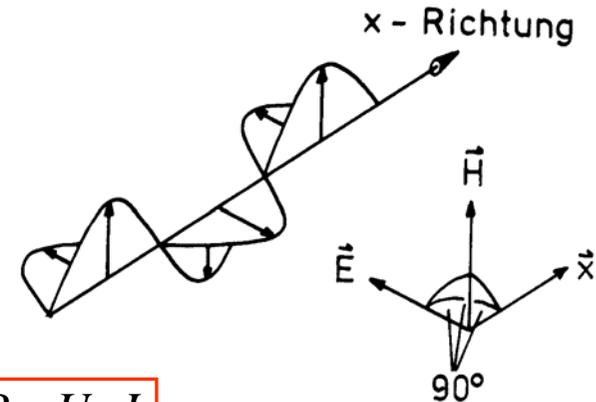
c ... Lichtgeschwindigkeit im Vakuum



	Wellenlänge in m	Frequenz in Hz	
Rundfunk Wellen	10^4	$3 \cdot 10^4$	
	Langwellen $10^3 = 1 \text{ km}$	$3 \cdot 10^5$	Langwelle: 150 ... 300 kHz
	Mittelwellen 10^2	$3 \cdot 10^6$	Mittelwelle: 500 ... 1650 kHz
	Kurzwellen 10^1	$3 \cdot 10^7$	Kurzwelle: 1,8 ... 30 MHz
	UHF → Radar → $10^0 = 1 \text{ m}$	$3 \cdot 10^8$	UKW-Rundfunk: 87 ... 108 MHz
	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$	Radar, Handys, Satelliten: 0,5 ... 5 GHz
optische Wellen	Ultrakurzwellen $10^{-2} = 1 \text{ cm}$	$3 \cdot 10^{10}$	
	$10^{-3} = 1 \text{ mm}$	$3 \cdot 10^{11}$	
	Oberfläche des menschlichen Körpers → Wärme (IR) Strahlen 10^{-4}	$3 \cdot 10^{12}$	Wärme
	10^{-5}	$3 \cdot 10^{13}$	
	Oberfläche der Sonne → sichtbares Licht $10^{-6} = 1 \mu\text{m}$	$3 \cdot 10^{14}$	Licht
	10^{-7}	$3 \cdot 10^{15}$	
Röntgenstrahlen	ultraviolette Strahlen 10^{-8}	$3 \cdot 10^{16}$	
	$10^{-9} = 1 \text{ nm}$	$3 \cdot 10^{17}$	
	weiche Röntgenstrahlen $10^{-10} = 1 \text{ \AA}$	$3 \cdot 10^{18}$	
	harte Röntgenstrahlen ultraharte Röntgenstrahlen 10^{-11}	$3 \cdot 10^{19}$	aus Röntgenröhren
	$10^{-12} = 1 \text{ pm}$	$3 \cdot 10^{20}$	
Gammastrahlen 10^{-13}	$3 \cdot 10^{21}$	aus Kernzerfall instabiler Isotope	
	10^{-14}	$3 \cdot 10^{22}$	

Spektrum elektromagnetischer Wellen

- elektromagnetische Welle ist **Transversalwelle**
- **Lichtgeschwindigkeit** im Vakuum: $c_0 = 299\,792\,458\text{ m/s}$ ist **Obergrenze** aller Geschwindigkeiten für Energie- oder Materieausbreitung



elektrische Leistung und Arbeit

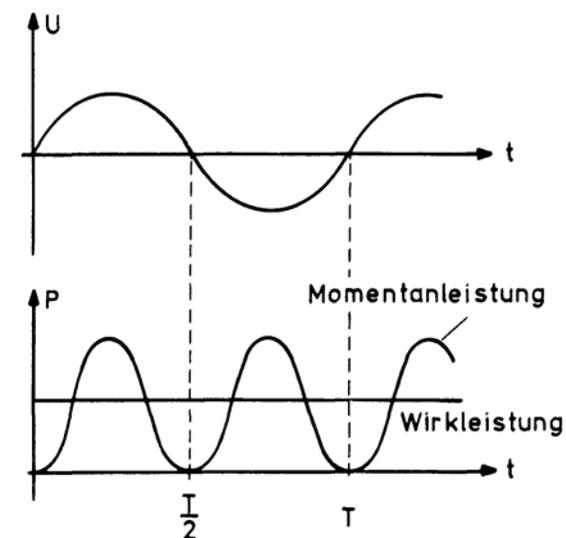
- Produkt aus Spannung und Strom ist **elektrische Leistung** $P = U \cdot I$
- verrichtete **elektrische Arbeit**: $W = U \cdot I \cdot t = P \cdot t$
- Einheiten f. Leistung: **Watt** $1\text{ W} = 1\text{ VA}$ bzw. Arbeit: **1 Joule** $= 1\text{ Ws}$, $1\text{ kWh} = 3,6 \times 10^6\text{ Ws}$
- an einem Ohmschen Verbraucher R gilt:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad \text{wegen } R = \frac{U}{I} \text{ und } P = U \cdot I$$

- **Ohmscher Widerstand**: keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung
- ist reine Wirkleistung **Versuch E117** Stromwärme
- im Fall von sinusförmigen Wechselspannungen: Gleichungen gelten für **Effektivwerte** von Strom und Spannung (werden als Nominalspannung angegeben)

$$U_{\text{Spitze}} = \sqrt{2} U_{\text{eff}}$$

- Lichtnetz: $U_{\text{eff}} = 230\text{ V}$, d.h. $U_{\text{Spitze}} = 325\text{ V}$



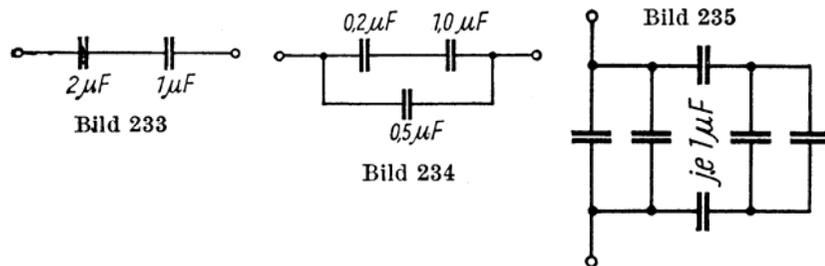
- bei Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung (i.A. bei Auftreten von Induktivitäten und Kapazitäten) ist zeitlicher Mittelwert der **Wirkleistung**:
- $\cos \varphi$ ist **Leistungsfaktor**; gleich 1 für Ohmsche Widerstände
- wird Null, wenn nur kapazitiver oder induktiver Anteil: **Scheinleistung**

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi$$

Übungsaufgaben zu Kap. 14.7 –14.9: Elektrizitätslehre

1028. Welcher Strom fließt aus einem Elektrometer von der Kapazität 25 pF ab, wenn es anfänglich eine Spannung von 60 V anzeigt, die innerhalb 24 s auf 42 V zurückgeht?

1029. 1030. 1031. Es ist die Gesamtkapazität der auf den Bildern 233, 234, 235 angegebenen Schaltungen zu berechnen.

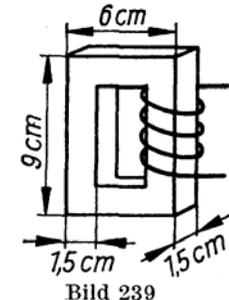


1048. Das elektrische Feld in einem Zweiplattenkondensator soll einem darin befindlichen Elektron die gleiche Beschleunigung erteilen, wie das Schwerefeld der Erde einem fallenden Stein. Welche Spannung muß zwischen den in 1 cm Abstand befindlichen Platten bestehen?

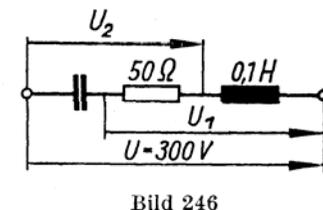
1049. Mit welcher Kraft stoßen sich 2 Metallkugeln von je 1 mm Radius im Mittelpunktsabstand 3 cm ab, wenn sie beide auf die Spannung 220 V gegen Erde aufgeladen werden?

1057. An den Enden einer 15 cm langen eisenfreien Zylinder-spule von 850 Windungen (mittlere Windungslänge 6 cm) aus 0,3 mm dickem Kupferdraht ($\rho = 0,0175 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$) liegt eine Spannung von 20 V. Welche Induktion herrscht im Spuleninnern?

1058. In dem auf Bild 239 angegebenen Eisenkern herrscht eine Induktion von $1,5 \text{ Vs}/\text{m}^2$, wenn die aus 500 Windungen bestehende Spule von 1,2 A durchflossen wird. Wie groß ist die relative Permeabilität des Eisens?



1094. Welche Kapazität muß der Kondensator in der auf Bild 246 angegebenen Schaltung haben, wenn sich die Spannungen U_1 und U_2 wie 1 : 2 zueinander verhalten sollen, und welcher Strom fließt in diesem Fall? ($f = 50 \text{ Hz}$)



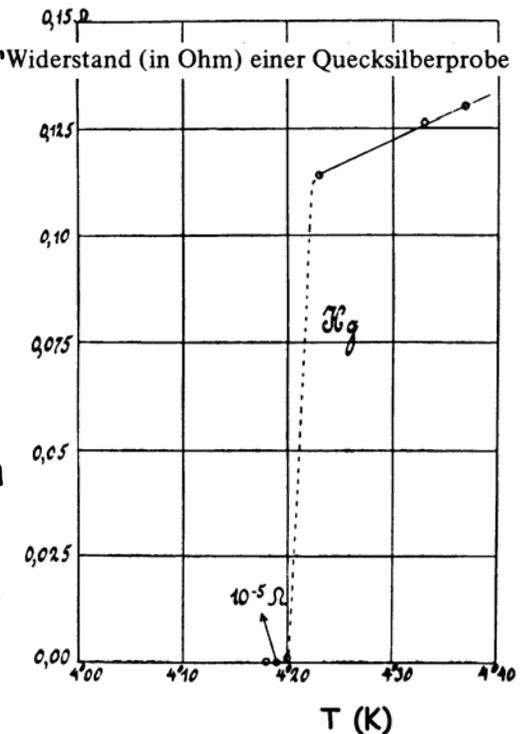
Stromleitung in Festkörpern

- sehr unterschiedliche Leitfähigkeit (ca. 40 Größenordnungen)

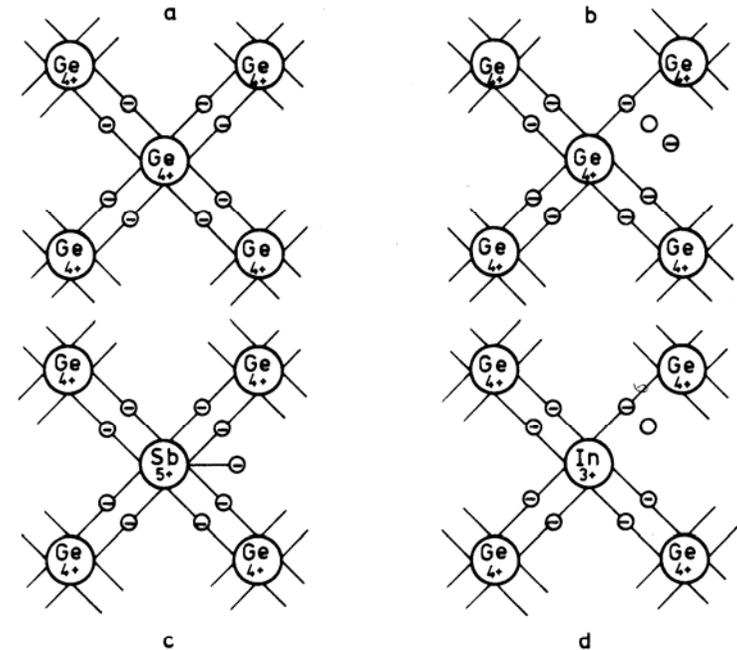
spezifische Leitfähigkeit σ einiger Materialien

Kategorie	Material	σ ($\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$)
Nichtleiter (Isolatoren)	Bernstein	10^{-26}
	PVC	10^{-16}
	Glas	10^{-14}
	Marmor	10^{-10}
Halbleiter	Ge (reinst, 300 K)	1
	Ge (dotiert, 300 K)	10^3
Leiter	Fe	10^7
	Cu	10^8
	Pb (T \approx 10 K)	10^7
Supraleiter	Pb (bei < 5 K)	$> 10^{20}$

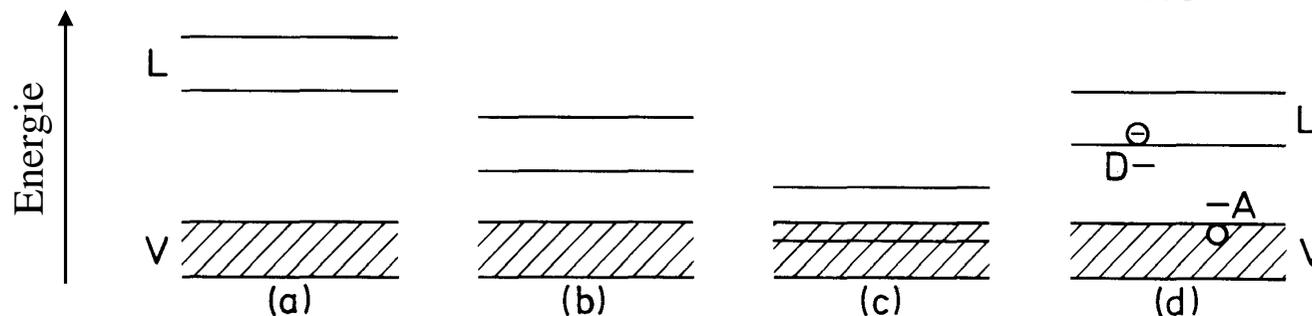
- **Supraleiter:** spezifischer Widerstand wird sprunghaft unmessbar klein unterhalb kritischer Temperatur T_C
- Entdeckung durch Kamerlingh Onnes 1911 in Leiden
- Strom in einem Ringleiter fließt über Jahre mit konstanter Stromstärke
- festkörperphysikalische Erklärung bisher nicht vollständig
- **Metalle:** einige Elektronen jedes Atoms können sich frei zwischen Atomrümpfen bewegen (freie Leitungselektronen)
- Driftbewegung durch elektrisches Feld sehr gering: ca. 1 cm s^{-1}
- es erfolgt Streuung der Elektronen infolge der Wärmeschwingungen des Kristallgitters (Phononen)
- daher: Widerstand nimmt mit Temperatur zu
- **hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit** der elektrischen Information auf einem Draht nicht durch Transport der Elektronen, sondern durch **Ausbreitung des elektrischen Feldes**
- Widerstand gering, weil große Zahl von Ladungsträgern und relativ hohe Beweglichkeit
- **Halbleiter:** haben bei tiefen Temperaturen keine freien Ladungsträger
- alle Elektronen an Atome gebunden; bei hoher Temperatur werden einzelne Elektronen von Atomen abgelöst, können sich frei bewegen (intrinsische bzw. Eigenleitung)
- dabei entsteht je ein freies Elektron und ein frei bewegliches „Loch“ (Defektelektron)
- Einbau geeigneter Fremdatome: zusätzliche freie Ladungsträger entstehen



- Effekt heißt **Dotierung**; es kann **Elektronenleitung** (n-Leitung) oder **Löcherleitung** (p-Leitung) erreicht werden
- **Isolatoren**: auch bei hoher Temperatur kann kein Valenzelektron die Atome verlassen, daher sehr hoher Widerstand, da freie Ladungsträger völlig fehlen
- vereinfachte Erklärung durch **Bändermodell**
- Halbleiter und Isolatoren: **Valenzband** ist voll besetzt, **Leitungsband** ist leer; **Bandlücke** bei Halbleitern kann durch Elektronen durch thermische Anregung überwunden werden (bei hohen Temperaturen), bei Isolatoren nicht



Germanium als Halbleiter:
 (a) natürliches Germanium bei sehr niedriger Temperatur (b) bei Zimmertemperatur (c) n-Germanium (d) p-Germanium

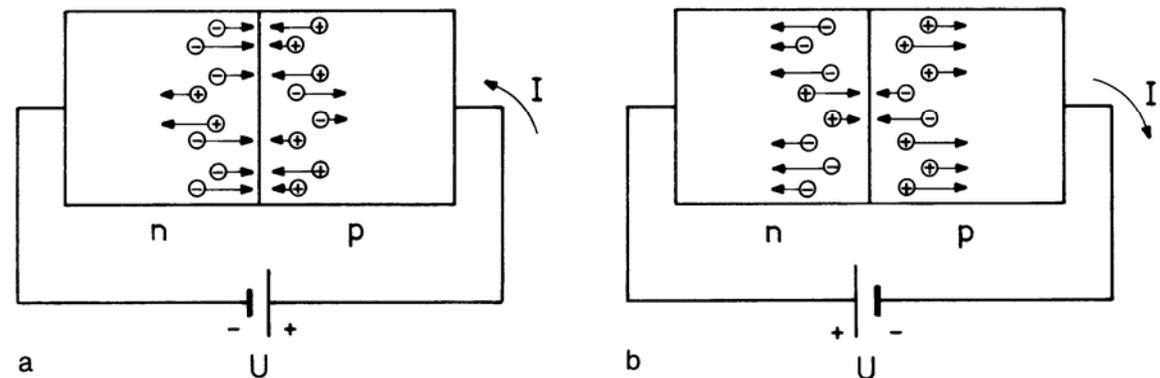


Bändermodell (V = Valenzband, L = Leitungsband); (a) eines isolierenden Kristalls (großer Bandabstand); (b) eines Halbleiters ohne Störstellen mit Eigenleitung (kleiner Bandabstand); (c) eines Erdalkalimetalls (überlappende Bänder); (d) eines Halbleiters mit zwei verschiedenen Störstellen (A = Akzeptor, D = Donator).

15.3 Halbleiterelektronik

Halbleiterdiode

- **Diode** bestehen aus zwei unterschiedlich dotierten Halbleitern, d.h. haben **p-** und **n-Gebiet**
- Diode ist undurchlässig in **Sperrrichtung** (plus an n-Gebiet), ist leitfähig in **Durchlassrichtung** (plus an p-Gebiet)
- kann zur Gleichrichtung von Wechselspannung genutzt werden

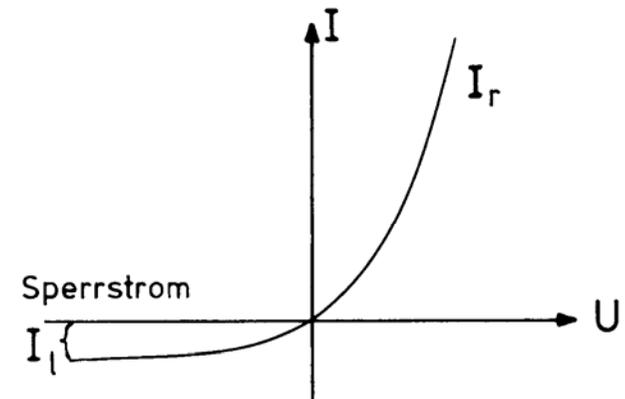


Wirkungsweise einer Diode (der Pfeil rechts außen gibt die Richtung des positiven Stromes an): (a) Vorspannung in Durchlassrichtung, (b) Vorspannung in Sperrrichtung.

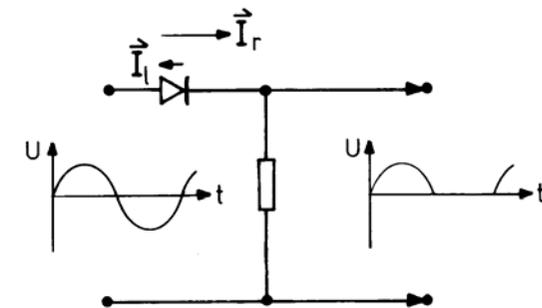
- Kennlinie ist **nicht-linear**, geringer Widerstand in Durchlass-, hoher Widerstand in Sperrrichtung
- Durchlassstrom / Sperrstrom
- **Gleichrichterschaltung** erzeugt pulsierende Gleichspannung aus Wechselspannung
- diese kann mit **Kondensator geglättet** werden

Transistor

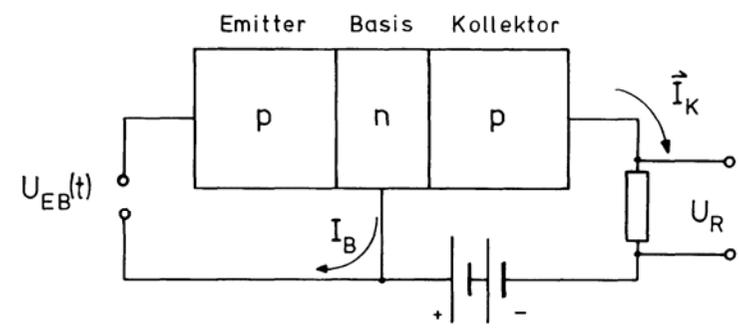
- bipolare Transistoren bestehen aus **3 unterschiedlich dotierten Halbleiterschichten**: npn oder pnp
- **pnp-Transistor**: Löcher werden vom Emitter in Basis emittiert (Durchlassrichtung)
- bei höherem Potenzial zwischen Kollektor und Emitter vgl. zum Potenzial Basis-Emitter: Mehrzahl der Löcher fließt über Kollektor ab (Kollektor „sammelt“ Löcher aus Basisschicht ab)
- Basisschicht ist sehr dünn, d.h. $I_B \ll I_K$
- durch Variation von U_{EB} werden weniger Löcher injiziert: Steuerung des großen I_K durch kleinen I_B : Verstärkung des Signals an der Basis
- Stromverstärkung eines Transistors > 100



Kennlinie einer Gleichrichterdiode



Gleichrichterschaltung



Aufbau eines pnp-Transistors U_{KB}